

Potenciación en el aula de clases en estudiantes que inician estudios superiores

Deninse Farías

dfarias@usb.ve

Universidad Simón Bolívar -USB
Sartenejas, Venezuela

Ramón Abancin

rabancin@usb.ve

<https://orcid.org/0000-0002-2417-6671>

Universidad Simón Bolívar -USB
Sartenejas, Venezuela

Javier Pérez

perezj@usb.ve

Universidad Simón Bolívar -USB
Sartenejas, Venezuela

Recibido: 28/08/2020 **Aceptado:** 24/10/2021

Resumen

La educación matemática hoy en día ha provocado en los profesores que imparten esta cátedra buscar estrategias adecuadas que garanticen el aprendizaje en los estudiantes que se encuentran a su cargo. Así, el objetivo del presente trabajo ha sido analizar el uso de las propiedades de potenciación en estudiantes que inician estudios universitarios. La experiencia se llevó a cabo con estudiantes del Ciclo de Iniciación Universitaria (CIU) de la Universidad Simón Bolívar, Sede Sartenejas. Se seleccionó una muestra de 108 estudiantes (77 como grupo experimental y 48 de control). A ambos grupos se les administraron pruebas (pre y post) para verificar sus niveles de ingreso y culminación del curso. En el transcurso de un trimestre se diseñaron estrategias para cada uno de los temas que debían estudiar en Matemáticas I (MA-0101) del CIU. Los resultados académicos del curso favorecieron significativamente a los estudiantes que participaron, tanto en promedio de calificaciones obtenidas como número de aprobados. Se concluye que estas actividades mejoran el uso de las propiedades de potenciación afianzando lo aprendido por los estudiantes.

Palabras clave: Enseñanza de las matemáticas, potenciación, errores matemáticos, CIU.

Capacitação em sala de aula em alunos iniciando o ensino superior

Resumo

A educação matemática hoje tem feito com que os professores que ministram esta cadeira busquem estratégias adequadas que garantam a aprendizagem dos alunos que estão sob sua responsabilidade. Assim, o objetivo deste trabalho foi analisar o uso de propriedades de potencialização em alunos que estão iniciando os estudos universitários. A experiência foi realizada com alunos do Ciclo de Iniciação Universitária (CIU) da Universidade Simón Bolívar,

campus Sartenejas. Uma amostra de 108 alunos foi selecionada (77 como grupo experimental e 48 como grupo controle). Ambos os grupos foram submetidos a testes (pré e pós) para verificar seus níveis de ingresso e conclusão do curso. Ao longo de um trimestre, foram elaboradas estratégias para cada uma das disciplinas a serem estudadas em Matemática I (MA-0101) no CIU. O resultado acadêmico do curso favoreceu significativamente os alunos participantes, tanto na média de notas obtidas quanto no número de aprovações. Conclui-se que essas atividades potencializam o aproveitamento das propriedades de empoderamento, consolidando o que os alunos aprenderam.

Palavras chave: Ensino de matemática, capacitação, erros matemáticos, CIU.

Empowerment in the classroom of students starting higher studies

Abstract

Mathematics education today has caused teachers who teach this chair to seek appropriate strategies that ensure adequate learning in the students in their care. Thus, the objective of this work has been to analyze the use of the properties of empowerment in students who begin university studies. The experience was carried out with students of the University Initiation Cycle (CIU) of the Simón Bolívar University, Sartenejas Headquarters. A sample of 108 students was selected (77 as an experimental group and 48 controls). Both groups were administered tests (pre and post) to verify their levels of entry and completion of the course. Over the course of a quarter, strategies were designed for each of the subjects that should be studied in Mathematics I (MA-0101) of the CIU. The academic results of the course significantly favored the students who participated, both on average of grades obtained and number of passes. It is concluded that these activities improve the use of empowerment properties by consolidating what students have learned, increasing the socialization process by sharing, cooperating in the team and strengthening meaningful learning; It also promotes motivation and achieves a change in attitude towards mathematics

Keywords: Mathematics teaching, empowerment, mathematical errors, CIU.

Introducción

El ser humano en su día a día se encuentra expuesto a diversas actividades o situaciones problemáticas en las que usar cálculos o razonamientos matemáticos juega un papel importante para el entendimiento y solución de las mismas. Por ejemplo, en los deportes las *estadísticas* juegan un papel importante; se puede calcular la *probabilidad* de acertar la lotería; la *geometría* se puede ver en la naturaleza con sus múltiples formas o en la ciudad con las estructuras que los arquitectos e ingenieros construyen. Sin embargo, Ballester y Gamboa (2011, p.1) consideran que “el manejo competente de las capacidades para aprender o utilizar estos conceptos en la vida cotidiana aún presentan serias deficiencias que usualmente se obvian”; especialmente en las aulas de clases. Además, Núñez et al. (2002, p. 2389) afirman que:

el rendimiento académico en matemáticas constituye uno de los desafíos permanentes en la mayoría de los sistemas educativos no solo porque las matemáticas son consideradas como una de las asignaturas fundamentales en el currículo escolar, sino también por la contribución al desarrollo del conocimiento cognitivo del niño y por la funcionalidad que poseen la mayoría de los aprendizajes matemáticos en la vida adulta.

De este modo, es importante señalar que el aprendizaje de las matemáticas constituye una de las mayores dificultades para los estudiantes en todos los niveles de escolaridad, ya sea primaria, secundaria, ciclo diversificado o universitario. Por lo tanto, investigadores en todo el mundo, dedican parte considerable de sus trabajos a desarrollar estrategias e intervenciones didácticas para el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas, buscando identificar los problemas y limitaciones que presentan los estudiantes de los diferentes niveles de escolaridad, cuando estudian matemáticas u otra disciplina que este sustentada fuertemente sobre una base matemática, como el caso de la física, química, ingeniería, entre otras.

Es interesante realizar un análisis comparativo entre la *matemática cotidiana* y la *matemática escolar*, debido a que en el primer caso las matemáticas son herramientas necesarias para un óptimo desenvolvimiento en las sociedades actuales, y en el segundo caso, los profesores y alumnos en las aulas de clases presentan dificultades para enseñar y aprender matemáticas, respectivamente. Estos dos conceptos no deberían de ser excluyentes, debido a que si los estudiantes aprenden bien matemáticas en el aula de clases, es decir, aprenden y asimilan de forma correcta los conceptos matemáticos que se construyen en las aulas de clases deberían ser capaces de solucionar o razonar situaciones matemáticas en sus experiencias de la vida cotidiana.

Por ejemplo, entender y ser capaz de calcular el porcentaje de descuento de una tienda; calcular el Impuesto al Valor Agregado (IVA) cuando compra un producto en alguna tienda, entre muchas otras situaciones. Y recíprocamente, si lleva todas esas experiencias a la que se encuentran expuestas en su quehacer cotidiano al aula de clases, le servirían de ilustración para entender conceptos abstractos que parecen jeroglíficos en el aula sin un contexto donde ser aplicados. En particular, conceptos como polinomios, que seguramente trae a la memoria recuerdos de variables, números y cuentas tediosas, tiene una aplicación simple en la vida cotidiana, es decir, si se quiere alquilar una auto que cuesta 200 Bsf. por día, y además, cobran 25 Bsf. adicionales por kilómetro recorrido; esta situación se puede modelar con una función polinómica

$$c(x) = 200 + 25x$$

donde x es el número de kilómetros recorridos y c es el costo total por alquilar el auto.

En consecuencia, los conceptos de *matemática cotidiana* y *matemática escolar* deben convivir, estar íntimamente relacionados, y estudiándolos simultáneamente se pueden obtener resultados satisfactorios en el rendimiento académico de los estudiantes.

Específicamente en Venezuela, es bien sabido que los estudiantes de bachillerato cuando culminan sus estudios de ciclo diversificado ya sea en ciencias, humanidades, mercantil o técnico, deben cumplir con ciertos requisitos exigidos por las universidades donde deseen cursar sus estudios de pregrado. Por lo general, en las principales universidades venezolanas, entre las cuales se pueden mencionar: Universidad Central de Venezuela (UCV), Universidad de los Andes (ULA), Universidad Simón Bolívar (USB), Universidad Centro Occidental Lisandro Alvarado (UCLA), Universidad de Oriente (UDO) y La Universidad del Zulia (LUZ); uno de los principales requisitos para el ingreso a estas universidades, es un buen desempeño en la Prueba Interna (PI) o Prueba de Admisión (PA), lo cual le garantiza al estudiante el ingreso directo a las mismas en las carreras deseada.

Sucede pues, que gran parte del contenido de estas pruebas internas están concentradas en el área de matemáticas (habilidad numérica, habilidad espacial). Sin embargo, Núñez et al. (2002, p. 2390) afirman que “son muchos los escolares que perciben las matemáticas como un conocimiento intrínsecamente complejo que genera sentimientos de ansiedad e intranquilidad, constituyendo una de las causas más frecuentes de frustraciones y actitudes negativas hacia la escuela”, razones por las cuales trae como consecuencia un bajo desempeño y rendimiento en las mismas, debido al bajo nivel y desmotivación en matemáticas que traen los estudiantes de bachillerato. Además, debe señalarse que aquellos estudiantes que logran cumplir con estos requisitos exigidos por las universidades suelen tener dificultad en sus primeros cursos de matemáticas a nivel universitario.

En esta perspectiva, el 25 de mayo de 2005 la Universidad Simón Bolívar creó un programa experimental denominado Ciclo de Iniciación Universitaria (CIU) con el propósito de ofrecer a los estudiantes aspirantes un programa de formación para el ingreso a las carreras largas (ingenierías, licenciaturas en ciencias, arquitectura, urbanismo y gestión de la hospitalidad) y carreras cortas (técnico superior universitario) que se dictan en la USB, con el fin de facilitar, enriquecer, consolidar los conocimientos y la formación integral necesarios para cursar con éxito estas carreras universitarias.

El programa CIU, está dirigido, especialmente, a estudiantes ya egresados de la Educación Media Venezolana (EMV), que habiendo presentado la prueba de admisión para las carreras de la USB, no lograron la nota mínima para el ingreso a la universidad, sin embargo, estuvieron cerca de esta calificación. Este programa comprende tres trimestres, donde en cada uno de ellos los estudiantes cursan las asignaturas de lengua, matemática y desarrollo de destrezas intelectuales, ciencias naturales (biología en el primer trimestre, química en el segundo y física en el tercero). De igual modo, incluye las asignaturas formación ciudadana (segundo trimestre) e inglés (tercer trimestre). Entre sus objetivos específicos afines a esta investigación se encuentran: 1) Consolidar y complementar los conocimientos básicos en matemáticas, 2) Conocer y aplicar técnicas para la resolución de problemas.

A pesar de los esfuerzos del programa CIU por consolidar los conocimientos de los estudiantes, y compensar los contenidos matemáticos con deficiencias o simplemente no vistos por los estudiantes en bachillerato por diferentes circunstancias, según Del Puerto et al. (2005, p. 2) “la presencia de errores algebraicos obstaculiza con frecuencia la articulación exitosa, y resulta por ello imprescindible un adecuado diagnóstico que sustente una postura superadora”; además, cónsono, con esto Garnica (1997, p. 8) señala que “actualmente en Venezuela, son contados los alumnos que llegan a las universidades con una buena preparación integral”.

Ahora bien, muchos estudiantes que ingresan al programa CIU encuentran grandes dificultades cuando inician su aprendizaje en el área de matemáticas, y la principal dificultad suele ser los errores que cometen en el desarrollo de los ejercicios, que evidentemente los lleva a soluciones incorrectas, y por tanto son obstáculos en el aprendizaje de las matemáticas. La justificación de este fenómeno, se puede obtener de Del Puerto et al. (2005)

cuando distingue que hay dos fases en la conducta de los alumnos ante un problema: la primera, el conocimiento previo sobre el tema toma la forma de una regla o fórmula a aplicar; y la segunda, se pone en juego un conjunto de técnicas de extrapolación que actúan de nexo entre las reglas conocidas y los problemas que no son familiares.

Esta investigación tiene por objetivo reforzar los lineamientos del programa CIU a través de la identificación del uso incorrecto de las propiedades de potenciación, que se llamaran errores, para promover a través de ellos información y datos necesarios para incorporar actividades preventivas al programa CIU con la finalidad de minimizar la incidencia de estos errores en las producciones escritas y orales de los estudiantes, que los llevaría a un buen desempeño y alto rendimiento académico en el área de matemáticas.

Sustentación teórica

Para ejemplificar, este hecho se considera: las *propiedades de potenciación* vistas en bachillerato, entre las cuales se tienen la *potencia de un producto* que expresa que la potencia de un producto es igual al producto de las potencias, esto es,

$$(a \cdot b)^2 = a^2 \cdot b^2,$$

para todo a, b números reales. Por otra parte, cuando estudian *productos notables*, tiene que el *cuadrado de suma* es igual al primer término al cuadrado más dos veces el producto del primer término por el segundo término más el segundo término al cuadrado, esto es,

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2,$$

para todo a, b números reales.

Es común, para los estudiantes confundir *cuadrado de suma* con un *producto al cuadrado*, es decir,

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2,$$

lo cual es incorrecto, basta tomar $a = 2$ y $b = 1$, ya que

$$(a + b)^2 = (2 + 1)^2 = (3)^2 = 9,$$

mientras que por otro lado,

$$a^2 + b^2 = 2^2 + 1^2 = 4 + 1 = 5.$$

Como $5 \neq 9$ entonces $(a + b)^2 \neq a^2 + b^2$.

También Matz (1980, p.20) considera que “los errores son intentos razonables pero no exitosos de adaptar un conocimiento adquirido a una nueva situación”. En este sentido, Abancin (2019) propone que los errores matemáticos son desequilibrios producidos por deficiencias y desconocimientos de los contenidos matemáticos que se materializan en aplicaciones de estrategias, métodos, reglas y/o técnicas personales inventadas, muchas veces informales pero originales y cuyo razonamientos son válidos para los resolutores frente a algunos ejercicios y/o problemas matemáticos propuestos, pero que son no admitidas tanto por los conocedores como

por la comunidad matemática, dificultando la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, en especial en la construcción de nuevos conocimientos.

Ahora bien, Socas (1997), permite analizar el origen del error a través de: 1) los *obstáculos*: considerados como los conocimientos adquiridos con efectividad en ciertos contextos, y no por falta de conocimientos, pero cuando el estudiante utiliza estos conocimientos fuera de dichos contextos, produce respuestas incorrectas; 2) la *ausencia de sentido*: se originan en los distintos estadios de desarrollo (semiótico, estructural y autónomo) que se dan en los sistemas de representación, por lo que pueden ser diferenciados en tres etapas distintas: a) Errores del álgebra que tienen su origen en la aritmética, por ejemplo, $a + a = a^2$, b) Errores de procedimiento en virtud de los cuales los estudiantes usan de manera incorrecta fórmulas o reglas de procedimiento, por ejemplo, $(a + b)^2 = a^2 + b^2$, c) Errores del álgebra debidos a las características propias del lenguaje algebraico, por ejemplo, si a es negativo ($a < 0$) no implica que $a = -a$, y 3) las *actitudes afectivas y emocionales*: vienen dados por la falta de concentración, bloqueos, olvidos, por ejemplo, $-2 - 3 = +5$.

Retomando el caso de Venezuela, en primer año (séptimo grado) de bachillerato de la educación básica venezolana los estudiantes se encuentran formalmente por primera vez con las *propiedades de potenciación* con exponente natural, luego en segundo año (octavo grado) estudian las mismas propiedades de potenciación con exponente entero, pero profundizando más el tema ya que incluyen los *productos notables*, y finalmente en tercer año (noveno grado) generalizan estas propiedades con exponente fraccionario, que los introduce en la noción de radicales.

En resumidas cuentas, pasan tres años de bachillerato estudiando, utilizando y asimilando estas propiedades, sin contar que en los dos años restantes del bachillerato utilizan las mismas regularmente, en su día a día en los nuevos conocimientos en matemáticas que están contemplados en el programa. Esto pareciera apuntar que es tiempo suficiente para que los estudiantes cuando ingresan a la educación superior, tengan un buen dominio de todas estas propiedades. Sin embargo, la realidad es otra ya que es común que confundan estas propiedades entre sí. Las propiedades de potenciación son resumidas en fórmulas generales, para tratar de “facilitar” su aplicación por partes de los estudiantes. No hay que investigar mucho para conseguir un ejemplo de esta situación, ya que cualquier profesor de bachillerato o de los primeros semestres

de cualquier universidad, seguramente se ha encontrado con que los alumnos confunden las propiedades. Un caso particular, es el siguiente:

$$\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b},$$

entre tantas aplicaciones de las propiedades de potenciación incorrectas.

Entonces, evidentemente en el proceso de construcción de los conocimientos matemáticos suelen aparecer errores de cálculo debido a que los estudiantes usan indiscriminadamente las fórmulas que sus profesores les proporcionan en el aula de clases. Por tanto, esta situación es una constante preocupación para estudiante debido a que esto evidentemente los llevará a un desempeño bajo en el área de matemáticas. Pero más, preocupa a los profesores por la persistencia de algunos errores. Como lo afirma Engler et al. (2002, p. 23) evidentemente estos errores matemáticos influyen en el aprendizaje de los diferentes contenidos y es imprescindible que los estudiantes los reconozcan y asuman la necesidad de superarlos a fin de obtener logros de aprendizaje en el área de matemáticas.

En la literatura se pueden conseguir una infinidad de trabajos relacionados con el tema de los errores de los estudiantes en matemáticas. Así, que el estudio de errores en el aprendizaje de las matemáticas ha sido una cuestión de permanente interés. La mayoría de los investigadores en el tema coinciden que los errores no deben de ser sancionados por los profesores, por el contrario debe ser una fuente de información donde los profesores se deberían de apoyar para superar los obstáculos que tienen los estudiantes antes los nuevos conocimientos, para lograr un mejor aprendizaje

Un trabajo de interés para esta investigación y que apunta en esta dirección es el Del Puerto et al. 2005, cuyo objetivo es identificar qué tipo de errores algebraicos comenten con más frecuencia los alumnos de los últimos años de la escuela media y los que comienzan estudios universitarios. Sus conclusiones fueron que, en las concepciones actuales, el error ha dejado de ser algo a penalizar para convertirse en una fuente valiosa de información, en una señal de hacia dónde se debe reorientar el proceso de enseñanza aprendizaje. Es también un recurso de motivación, una oportunidad para que el alumno argumente, discuta y revea sus conocimientos, para lograr una mejor comprensión y una mayor familiaridad con el razonamiento lógico y matemático. Estas ideas son consistentes con un cambio del paradigma pedagógico que propone abandonar la búsqueda de la respuesta exacta como única alternativa (lo que no deja de ser una

forma de condicionamiento) para optar por el trabajo más enriquecedor que consiste en reflexionar críticamente sobre las propias producciones.

Clasificación de los errores

Para poder entender mejor todo lo relacionado al tema se va a dar un breve concepto del error, específicamente, se está hablando de un error “cuando el alumno realiza una práctica (acción, argumentación, etc.) que no es válida desde el punto de vista de la institución matemática escolar” (Godino *et al.*, 2003, p.73).

Con lo antes mencionado, se puede indicar que la categorización de los errores hace posible enfocar la atención a diferentes aspectos, permitiendo una evaluación y diagnóstico más eficaz ayudando a los estudiantes en sus dificultades y carencias en los objetos matemáticos. Sobre este aspecto existen diferentes autores los cuales presentan distintos enfoques sobre algunas categorizaciones y clasificaciones realizadas. Entre algunos de ellos se tienen:

Davis (1984), realizó una teoría sobre esquemas o constructos personales los cuales permiten tipificar e interpretar algunos de los errores más usuales que presentan los alumnos en el aprendizaje de matemática. Alguno de los errores encontrados son: *reversiones binarias, errores inducidos por el lenguaje o la notación, errores por recuperación de un esquema previo, errores producidos por una representación inadecuada y reglas que producen reglas.*

Otro autor fue Booth (1984) quien describe los errores comunes cometidos por los alumnos en diferentes aspectos, los cuales son atribuidos a:

- 1) *La naturaleza y el significado de los símbolos y las letras.* Los símbolos son un recurso que permite denotar y manipular abstracciones. El reconocimiento de la naturaleza y el significado de los símbolos para poder comprender cómo operar con ellos y cómo interpretar los resultados les permitirán la transferencia de conocimiento aritmético hasta el álgebra.
2. *El objetivo de la actividad y la naturaleza de las respuestas en álgebra.* Muchos estudiantes no se dan cuenta y suponen que en las cuestiones algebraicas se les exige siempre una solución única y numérica.
3. *La comprensión de la aritmética por parte de los estudiantes.* Las dificultades que los estudiantes presentan en el álgebra muchas veces no son tanto dificultades en el álgebra como problemas que se quedan sin corregir en la aritmética. En la mayoría de los errores cometidos

en aritmética, los alumnos reflejan dificultades de interiorización del concepto o falta de percepción.

4. *El uso inapropiado de “fórmulas” o “reglas de procedimiento”*. Algunos errores se deben a que los alumnos usan inadecuadamente una fórmula o regla conocida que han extraído de un prototipo o libro de texto y que usan tal cual la conocen o la adaptan incorrectamente a una situación nueva. La mayoría de estos errores se originan como falsas generalizaciones sobre operadores o sobre números. Pueden ser mal uso de la propiedad distributiva, al uso de recíprocos, cancelación, falsas generalizaciones sobre números y el uso de métodos informales por parte de los estudiantes.

Rico (1995) destaca que Radatz (1979) ofrece una taxonomía para clasificar los errores a partir del procesamiento de la información, estableciendo categorías generales para este análisis.

- 1) *Errores debido a dificultades de lenguaje*. El aprendizaje de conceptos, símbolos y vocabulario matemáticos es para muchos alumnos un problema similar al aprendizaje de una lengua extranjera. Errores derivados del mal uso de los símbolos y términos matemáticos, debido a su inadecuado aprendizaje.
- 2) *Errores debido a dificultades para obtener información espacial*. Las diferencias individuales en la capacidad para pensar mediante imágenes espaciales o visuales es una fuente de dificultades en la realización de tareas matemáticas. Errores provenientes de la producción de representaciones icónicas (imágenes espaciales) inadecuadas de situaciones matemáticas.
- 3) *Errores debido a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos*. Incluyen todas las deficiencias de conocimiento sobre contenidos y procedimientos específicos para la realización de una tarea matemática. Errores originados por deficiencias en el manejo de conceptos, contenidos, procedimientos para las tareas matemáticas.
- 4) *Errores debidos a asociaciones incorrectas o a rigidez del pensamiento*. La experiencia sobre problemas similares puede producir una rigidez en el modo habitual de pensamiento y una falta de flexibilidad para codificar y decodificar nueva información. Los alumnos continúan empleando operaciones cognitivas aun cuando las condiciones originales se hayan modificado. Están inhibidos para el procesamiento de nueva información. En general son causados por la incapacidad del pensamiento para adaptarse a situaciones nuevas. Interesan cinco subtipos:

- Errores *por perseveración*, en los que predominan elementos singulares de una tarea o problema.
- Errores *de asociación*, que incluyen razonamientos o asociaciones incorrectas entre elementos singulares.
- Errores *de interferencia*, en los que operaciones o conceptos diferentes interfieren con otros.
- Errores *de asimilación*, en los que una audición incorrecta produce faltas en la lectura o escritura. Cuando la información es mal procesada debido a fallas de percepción.
- Errores *de transferencia negativa* a partir de tareas previas.

5) *Errores debidos a la aplicación de reglas o estrategias irrelevantes*. Surgen con frecuencia por aplicar con éxito reglas o estrategias similares en áreas de contenidos diferentes. El razonamiento por analogía sabemos que no siempre funciona en Matemática.

El mismo Rico (1995) manifiesta que, en una investigación sobre errores cometidos por alumnos de secundaria en Matemática, Mosvshovitz-Hadar, Zaslavsky e Inbar hacen una clasificación empírica de los errores, sobre la base de un análisis constructivo de las soluciones de los alumnos realizadas por expertos.

1) *Datos mal utilizados*. Errores que se producen por alguna discrepancia entre los datos y el tratamiento que le da el alumno. Puede ser porque: se añaden datos extraños; se olvida algún dato necesario para la solución; se contesta a algo que no es necesario; se asigna a una parte de la información un significado inconsistente con el enunciado; se utilizan los valores numéricos de una variable para otra distinta; o bien, se hace una lectura incorrecta del enunciado.

2) *Interpretación incorrecta del lenguaje*. Son errores debidos a una traducción incorrecta de hechos matemáticos descritos en un lenguaje simbólico a otro lenguaje simbólico distinto.

3) *Inferencias no válidas lógicamente*. Son los errores que tienen que ver con fallas en el razonamiento y no se deben al contenido específico.

4) *Teoremas o definiciones deformados*. Errores que se producen por deformación de un principio, regla, teorema o definición identificable.

5) *Falta de verificación en la solución*. Son los errores que se presentan cuando cada paso en la realización de la tarea es correcto, pero el resultado final no es la solución de la pregunta planteada.

6) *Errores técnicos*. Se incluyen en esta categoría los errores de cálculo, al tomar datos de una tabla, en la manipulación de símbolos algebraicos y otros derivados de la ejecución de algoritmos.

Por otro lado, Esteley – Villarreal (1990; 1996) realizaron una categorización de errores en matemática y discutieron las siguientes categorías:

- A) *Errores al operar con números reales en cálculos, planteo y resolución de ecuaciones.*
- B) *No empleo o uso parcial de la información.*
- C) *No verificación de resultados parciales o totales* que se manifiesta en: desconexión entre lo analítico y lo gráfico, respuestas consecutivas incoherentes entre sí y no comprobación de que los resultados obtenidos satisfacen la o las ecuaciones originales.
- D) *Empleo incorrecto de propiedades y definiciones (de números o funciones).*
- E) *No verificación de condiciones de aplicabilidad de teoremas, definiciones, etc. En un caso particular.*
- F) *Deducción incorrecta de información o inventar datos a partir de la dada.*
- G) *Errores de lógica:* justificaciones inadecuadas de proposiciones y uso inadecuado del lenguaje.
- H) *Errores al transcribir un ejercicio a la hoja de trabajo.*

Orton (1990) realizó una investigación acerca del concepto de derivada con alumnos de entre 16 y 22 años y de la que surge la siguiente clasificación:

- 1) *Errores estructurales:* relacionados con los conceptos esenciales implicados.
- 2) *Errores arbitrarios:* el alumno se comporta arbitrariamente sin tener en cuenta los datos del problema.
- 3) *Errores ejecutivos:* errores en la manipulación, si bien los conceptos implicados pueden ser comprendidos.

Astolfi (1999) describe la siguiente tipología de los errores:

- 1) *Errores debidos a la redacción y comprensión de las instrucciones.*
- 2) *Errores resultado de los hábitos escolares o de una mala interpretación de las expectativas.*
- 3) *Errores como resultado de las concepciones alternativas de los alumnos.*
- 4) *Errores ligados a las operaciones intelectuales implicadas.*
- 5) *Errores en los procesos adoptados.*
- 6) *Errores debidos a la sobrecarga cognitiva en la actividad.*

- 7) *Errores que tienen su origen en otra disciplina.*
- 8) *Errores causados por la complejidad propia del contenido.*

Durante la XXV Reunión de Educación Matemática organizada por la UMA y realizada en la ciudad de Santa Fe durante el año 2002 las profesoras Saucedo – Iaffei – Scaglia, presentaron una clasificación tomando como base la clasificación empírica de los errores realizado por Mosvshovitz-Hadar, Zaslavsky, e Inbar. Algunas categorías coinciden con la de los autores, otras son una adaptación y se crea una nueva.

- A) *Datos mal utilizados.*
- B) *Interpretación incorrecta del lenguaje.*
- C) *Empleo incorrecto de propiedades y definiciones.*
- D) *Errores al operar algebraicamente.*
- E) *No verificación de resultados parciales o totales.*
- F) *Errores lógicos.*
- G) *Errores técnicos.*

Dentro del contexto anterior, se utilizaran la tipología de errores matemáticos que consiste en aplicar propiedades de la potenciación válidas en unos contextos pero no en otros. Por ejemplo, $(a + b)^2 = a^2 + b^2$.

Metodología

Se trata de un estudio experimental, “se refiere a tomar una acción y después se observa las consecuencias”, (Babbie, 2001). Para Hernández; Fernández y Baptista (2004)

se refiere a un estudio en el que se manipulan intencionalmente una o más variables independientes (supuestas causas antecedentes), para analizar las consecuencias que la manipulación tiene sobre una o más variables dependientes (supuestos efectos-consecuentes), dentro de una situación de control para el investigador, (p.188).

Esta investigación estuvo constituida por una población de 108 estudiantes de la Universidad Simón Bolívar (USB), Sede Sartenejas, que cursaban el programa Ciclo de Iniciación Universitaria (CIU), programa universitario de nivelación, de un año de duración, previo al inicio

de las carreras que se dictan en la USB. La mayoría son adolescentes cuyas edades oscilan entre 16 y 19 años (el 80% entre 17 y 19 años).

De esa población se seleccionó una muestra no probabilística, ya que se tomaron 5 secciones naturales de grupos intactos, con una participación de 108 estudiantes, del curso de Matemática I (MA-0101), Septiembre-Diciembre 2012.

De todo lo anterior expuesto, en esta investigación el interés se centra en estudiar el grupo de estudiantes del programa CIU de la USB de la corte 2012-2013, donde se les aplicará aspectos relacionados con el uso de las propiedades de potenciación aprendidos en bachillerato. Así, que la investigación gira en torno a tres variables involucradas, la variable dependiente Rendimiento Académico (RA), a través de los efectos de dos variables independientes, la primera *programa CIU*, y la segunda, *tipo de colegio*. Esta última variable aparece, debido a que sería interesante comparar los resultados obtenidos de los estudiantes que se graduaron de colegios públicos y los graduados de colegios privados, debido a que Garnica (1997, p.7) señala que actualmente, en Venezuela, “existen desigualdades abismales en la calidad del servicio prestado en los planteles públicos y privados. En general, en ambos tipos de planteles, se ha producido detrimento en la calidad, pero en los públicos es notable este deterioro”.

Se diseñaron una serie de actividades de acuerdo a la temática a estudiar por semana. Éstas incluyeron la utilización del libro de texto básico adoptado para los cursos del programa CIU: Stewart, J., Redlin, L. & Watson, A. (2007). Precálculo: Matemáticas para el cálculo. Editorial Thomson. 5ta Edición.

Las actividades diseñadas se fueron impartiendo a lo largo del trimestre. Los estudiantes recibieron seis horas semanales de clases (cuatro de teoría y 2 de prácticas) durante 12 semanas. Los profesores asignados a cada sección, fue responsabilidad del jefe de Departamento de Matemáticas Puras y Aplicada.

Para observar cuál era el nivel de conocimiento que tenían los estudiantes se les aplicó una la prueba diagnóstica ò inicial (pretest) a la muestra, constituida por los grupos experimentales y control, con la intención de tener una visión previa de ambos grupos, cada uno de ellos estuvo conformado por dos secciones del grupo control y tres del grupo experimental. Esta actividad se llevó a cabo al inicio del trimestre.

El diseño de la prueba diagnóstica se organizó en una parte única, la cual estaba constituida por 20 ítems donde debían realizar los ejercicios pertinentes y colocar en una hoja de

respuesta la solución correcta. Esta sección estuvo constituida por veinte preguntas con cuatro opciones de respuestas. El tema para esta evaluación fue exclusivamente sobre todos los posibles ejercicios que se podían encontrar sobre potenciación.

Una vez elaborada la primera versión de la prueba, se sometió a una validación de expertos, constituidos por profesores de matemática de ese nivel. Corregidas las observaciones pertinentes, se procedió a calcular la confiabilidad por el método a mitades divididas (Gronlund, 1973). Aplicada la fórmula de Spearman-Brown para dicho cálculo se obtuvo un coeficiente de $\rho = 0,905$ lo cual expresa una alta confiabilidad de consistencia interna.

Después de realizar la prueba diagnóstica se llevaron a cabo varias de las actividades planificadas. Para realizar el monitoreo de las reacciones ocasionadas en los estudiantes se llevó un registro escrito de las observaciones, con la finalidad de ver si estas actividades promocionaban la motivación en los estudiantes y a su vez tenía una mayor influencia en las notas obtenidas al final del trimestre en cuestión.

En la semana 11 finalizó la aplicación de estas actividades. Durante la siguiente semana se aplicó el post-test y de inmediato se analizaron los resultados obtenidos. El registro de las observaciones constituyó un aporte importante para el análisis de los resultados, ya que se notó que las actividades aplicadas mejoraron significativamente las calificaciones obtenidas, además que aumento la motivación en el estudio de la matemática por parte de los estudiantes.

Resultados y análisis

Una vez concluida la aplicación de las pruebas, se procedió al análisis descriptivo e inferencial de los datos. La Tabla 1 presenta la primera información correspondiente a los resultados descriptivos.

Tabla 1 – Datos descriptivos de los grupos control y experimental

Grupos	N	Pretest		Postest	
		Media	DE	Media	DE
Control	49	12,46	5,81	9,26	7,71
Experimental	49	12,62	6,11	11,08	7,75

Fuente: Elaboración propia

Tal como se puede observar en la Tabla 1, hay una diferencia en la disminución de las medias, esto se debe en que cuando se aplicó el post – test habían menos estudiantes, pero a pesar de esto se nota que los grupos obtuvieron resultados satisfactorios; sin embargo, la media

del postest del grupo experimental fue mayor. La ganancia obtenida en ambos grupos pareciera que se puede atribuir a las actividades regulares de las clases ordinarias del curso; no obstante, llama la atención la diferencia de más de un punto en la media en el grupo experimental. Es posible que, además del conocimiento incorporado en sus clases regulares, las actividades aplicadas incrementaran alguna de las estrategias conceptuales significativas en los estudiantes del grupo experimental.

Con el fin de verificar los conocimientos previos al inicio y término del trimestre, de los grupos (experimental y control), se procedió al análisis de las medias correspondientes (Tabla 2).

Tabla 2 – Diferencia de medias entre los grupos control y experimental (*t-Student*).

Pares	N	Prueba t	G. de L.	Niv. Sig.
Pre exp./ Pre control	49	0,124	48	0,19
Pre exp./ Post exp	49	1,411	48	0,004
Pre control/ Post control	49	2,381	48	0,73
Post exp./ Post control	49	1,31	48	0,19

** $p < 0,001$

Como se puede observar los grupos, inicialmente, eran homogéneos, es decir, sus medias no expresaron diferencias significativas. Doce semanas después, una vez administrado el postest, el cálculo favoreció a ambos grupos, ya que las diferencias entre pre y postest fueron significativas. Como ya se comentó, es posible que esto se debiera, no sólo a la maduración conceptual de los estudiantes en lo que respecta a los temas incluidos en las pruebas, sino también, en el caso particular del grupo experimental, a las actividades recibidas. Esto se puede extraer del último cálculo de diferencia de medias, en los resultados se observa que hay diferencias significativas entre los postest de ambos grupo, a favor del experimental.

Una vez concluida la asignatura Matemática I, del Ciclo de Iniciación Universitaria. Se compilaron todas las evaluaciones correspondientes al cierre del curso. Es importante destacar que, en la USB, las calificaciones se expresan en una escala del 1 al 5. Normalmente, se llevan a cabo tres pruebas parciales, dos 33 más una de 34. No hay prueba final, ni de reparación. Los puntajes son acumulativos. La escala del 1 al 100, que luego se transforma del 1 al 5 de la siguiente manera: Nota de 5, para aquellos que obtuvieron entre 100 y 85 puntos inclusive; nota de 4, para los que obtuvieron un puntaje entre 84 y 70 puntos; nota de 3, para los que alcanzaron

un valor entre 69 y 50 puntos; nota de 2, para aquellos cuya puntaje se ubicó entre 49 y 30; finalmente, nota de 1 para todos los puntaje menores de 30. Para aprobar el curso, el estudiante debe obtener una calificación mayor o igual a 3.

Tabla 3 – Diferencia de medias entre control y experimental (*t – student*).

Grupos	M	DE	Prueba t	G. de L.	Niv. Sig.
Control	12,63	6,11	14,45	48	0,000**
Experimental	12,46	5,81	15,01	48	

**p < 0,01

La *t – Student* expresó diferencias significativas ($p < 0,01$), a favor del grupo experimental. Es decir, los resultados de Matemática I favorecieron a este grupo. Si se toma en cuenta que inicialmente eran homogéneos, tal como se observó en la Tabla 2, es interesante encontrar esta nueva diferencia. Si ambos grupos estaban en iguales condiciones, recibieron un contenido similar y pruebas departamentales idénticas -elaboradas por todos los docentes que dictan la asignatura- que se presentan el mismo día a la misma hora, a lo largo del trimestre, se podría inferir que las actividades favorecieron al grupo experimental. Es posible que el aprendizaje conceptual básico, significativo (Ausubel, 1976), que sustenta los contenidos aprendidos, ayudaron a consolidar mejor los aprendizajes y, por ende, a obtener mejores resultados en las pruebas de conocimiento.

Conclusiones

Como se sabe la enseñanza de la matemática es una práctica compleja y por tanto no reducible a recetas o prescripciones. En su instrucción existen muchas estrategias para su enseñanzas unas siendo efectivas y otras no, teniendo en cuenta siempre que los docentes deben producir un efecto positivo en los alumnos, para que ellos no tengan inseguridad, pérdida de confianza, y borrar la concepción de la matemática como una ciencia austera, arbitraria, etc.

Es aconsejable que el estudiante sea participe activo del desarrollo de su conocimiento para que este busque formas de afrontar y encontrar soluciones no esperando que le indiquen la vía correcta o la solución del ejercicio, ya que este se acostumbrará a este ritmo no procurando

resolver su problema sino esperando que otro lo resuelva, esto no nada más le servirá para esta asignatura sino que le servirá para su vida adulta.

Una forma de tener buenos resultados en las evaluaciones de matemáticas es utilizar la detección de errores y preconceptos, como parte de las ideas previas del alumno, este es el primer paso para la aplicación de un modelo constructivista en la enseñanza de la matemática.

Específicamente, identificar los errores en matemáticas latentes en los estudiantes al ingresar a la educación superior, con el propósito de abordarlos a tiempo, para trabajarlos con ellos antes y durante el transcurso de esta nueva etapa educativa, los ayudará a reducir las repercusiones negativas en su rendimiento académico. Esto último, quedo en evidencia con la presente investigación, es decir, trabajar con los alumnos en sus deficiencias de conocimientos en matemáticas materializadas en errores arrastrados desde el bachillerato, mediante herramientas y/o estrategias didácticas permite optimizar el proceso de enseñanza y aprendizaje de esta área, consolidando tanto los contenidos antiguos como los nuevos.

Referencias

- ABANCIN, R. O. Identificación y tipificación de errores frecuentes en la resolución de exámenes en un primer curso de matemáticas a nivel universitario. **I Jornadas Ecuatorianas de Matemáticas**, Universidad Técnica de Manabí, Instituto de ciencias básicas, Portoviejo, Ecuador, 2019.
- ASTOLFI, J. **El error, un medio para enseñar**. Sevilla: Diada, 1999.
- AUSUBEL, D. P. **Psicología educativa. Un punto de vista cognoscitivo**. Ed. Trillas. México, 1976.
- BABBIE, E. R. **The practice of social research** (9ª. Ed), Belmont, CA.: Wadsworth Publishing, 2001.
- BALLESTERO, A. y GAMBOA, A. Enseñanza y aprendizaje de la geometría: La perspectiva del profesor. **XIII Conferencia Internacional de Educación Matemática**. Recife, Brasil, 2011
- BOOTH, L. Algebra: Children's strategies and errors. Windsor: NFER-Nelson, 1984.
- DAVIS, R. **Learning Mathematics. The cognitive science approach to mathematics educations**. Australia: Croom Helm, 1984.
- DEL PUERTO, S., MINNAARD, C. y SEMINARA, S. Análisis de los errores: una valiosa fuente de información acerca del aprendizaje de las Matemáticas. **Revista Iberoamericana de Educación**, 38(4),1-12, 2006. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=1704266>.
- ESTELEY, C. Y VILLARREAL, M. Categorización de errores en Matemática. **XIII Reunión de Educación Matemática**. San Luis, 1990.

- ESTELEY, C. y VILLARREAL, M. Análisis y categorización de errores en matemática. **Revista de Educación Matemática**, 11(1), 16-35, 1996.
- ENGLER, A., GREGORINI, M., MULLER, D., VRENCKEN, S. y HECHLEIN, M. Los errores en el aprendizaje de matemática. **Elementos de matemáticas**, 19(74), 5-18, 2002.
- GARNICA, E. **El rendimiento estudiantil: una metodología para su medición**. Economía, XXII(13), 7-25, 1997.
- GODINO, J., BATANERO, C. y FONT, V. **Fundamentos de la enseñanza y aprendizaje de la Matemática para maestros**. Universidad de Granada, 2003. Disponible en: <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/>.
- GRONLUND, N. E. **Medición y evaluación en la enseñanza**. Méjico: Pax Méjico, 1973.
- HERNÁNDEZ, R., FERNÁNDEZ, C. y BAPTISTA, P. **Metodología de la investigación**. Sexta edición, McGraw Hill Education, México, 2004.
- MATZ, M. Towards a computational theory of algebraic competence. **Journal of children's mathematical behaviour**. 3(1), 93-166, 1980.
- NÚÑEZ, J., GONZÁLEZ, J. ÁLVAREZ, L., GONZÁLEZ, P. GONZÁLEZ, S. ROCES, C. CASTEJÓN, L. SOLANO, P. BERNARDO, A. GARCÍA. D. DA SILVA, E. ROSARIO, P. y RODRIGUES, L. Las actitudes hacia las matemáticas: perspectiva evolutiva, 2002.
- STEWART, J., REDLIN, L. y WATSON, A. **Precálculo: Matemáticas para el cálculo**. Editorial Thomson. 5ta Edición, 2007.
- RADATZ, H. (1979). Error analysis in the mathematics. *Journal for research in mathematics education*, 9, 163-172.
- RICO, L. Errores en el aprendizaje de las matemáticas. En J. Kilpatrick, P. Gómez y L. Rico (Eds.), Educación Matemática: errores y dificultades de los estudiantes. Resolución de problemas. Evaluación. Historia. (pp. 69–108). México: Grupo Editorial Iberoamérica, 1995. Recuperado de https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/235537/mod_resource/content/2/TEXTO%201-Kilpatrick%2C%20J.pdf.
- RUANO, R., SOCAS, M. y PALAREA, M. Análisis y clasificación de errores cometidos por alumnos de secundaria en los procesos de sustitución formal, generalización y modelización en álgebra. **PNA**, 2(2), 61-74, 2008.
- SOCAS, M. Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria. 125-154, 1997. En L. Rico (Coord.). **La educación matemática en la enseñanza secundaria**, (pp. 125-154). Barcelona: Horsori.
- ORTON, A. **Didáctica de las Matemáticas**. Madrid: MEC-Morata, 1990.

Autores

Deninse Farías, Candidata doctoral en el doctorado de Ciencias Sociales y Humanidades (USB), Magister en Ciencias de la Educación. Profesora Asistente del Departamento de Formación General y Ciencias Básicas (USB). PEII investigador A. Áreas de investigación: Didáctica de las matemáticas; pedagogía; vida estudiantil. Venezuela. Email: dfarias@usb.ve

Ramón Abancin, Licenciado en Matemáticas y Licenciado en Educación Mención Matemáticas, Universidad Central de Venezuela (UCV), Caracas, Venezuela. Magister en Matemáticas, Universidad Simón Bolívar (USB), Caracas, Venezuela. Escolaridad completa de los programas de estudio correspondientes al Doctorado de Matemáticas y Doctorado en Ciencias Sociales y Humanidades, Universidad Simón Bolívar, Caracas, Venezuela. La línea de investigación involucra: Interés en los procesos de enseñanza y aprendizaje, investigación y aplicabilidad de matemáticas, tanto en Bachillerato como en Educación superior. Venezuela.
Email: rabancin@usb.ve

Javier Pérez, Estudiante del Doctorado Interdisciplinario de la Universidad Simón Bolívar (USB), Magister en Finanzas. Profesor Asistente del Departamento de Tecnología de Servicio (USB). Áreas de investigación: Didáctica de las Finanzas; pedagogía; presupuesto; vida estudiantil. Venezuela. Email: perezj@usb.ve

Como citar este artículo:

FARÍAS, D., ABANCIN, R.; PÉREZ, J. Potenciación en el aula de clases en estudiantes que inician estudios superiores. **Revista Paradigma Vol. XLII, Nro. 2**, Diciembre de 2021 / 110 – 129. DOI: <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2021.p110-129.id958>