

## MAPAS CONCEPTUALES INICIALES Y LA EXPERIENCIA DE LOS ESTUDIANTES SOBRE EL CONCEPTO DE DERIVACIÓN

Sonia Maria da Silva Junqueira  
[soniajunqueira@unipampa.edu.br](mailto:soniajunqueira@unipampa.edu.br)  
Universidade Federal do Pampa

Ana Lúcia Manrique  
[manrique@pucsp.br](mailto:manrique@pucsp.br)  
Pontifícia Universidade de São Paulo

Recibido: 27/10/2019 Aceptado: 02/12/2019

### Resumen

La experiencia propuesta por Jorge Larrosa Bondiá se expone en esta discusión que busca, a través de los Mapas Conceptuales Iniciales, alcanzar el significado de las producciones estudiantiles sobre la Derivación. Se desarrolla una investigación cualitativa con datos cuantitativos, con aspectos interpretativos y descriptivos, a través de los cuales se privilegia un análisis de contenido, realizado por representaciones externalizadas en mapas constituidos como instrumentos de producción de datos. Se concluye que los mapas elaborados por los estudiantes investigados se muestran como instrumentos para identificar los diferentes argumentos y elecciones que hacen en el momento exacto en que presentan sus interpretaciones de la pregunta propuesta. Asimismo, se supone que los mapas elaborados por los alumnos de los diferentes niveles apuntan a experiencias muy cercanas, es decir, al final del estudio de la Derivación, lo que queda es la capacidad de usar las técnicas más básicas de derivación y una cierta comprensión, aún bastante incipiente, del Concepto y la Aplicación de la Derivación.

**Palabras clave:** Derivación, Experiencia, Mapas Conceptuales Iniciales, Sujetos de la Experiencia.

### MAPAS CONCEITUAIS INICIAIS E A EXPERIÊNCIA DE ESTUDANTES EM ESTUDOS SOBRE O CONCEITO DE DERIVADA

#### Resumo

A experiência proposta por Jorge Larrosa Bondiá é exposta nesta discussão em que se busca, por meio de Mapas Conceituais Iniciais, alcançar o significado de produções de estudantes sobre o que é Derivada. Delineia-se uma pesquisa qualitativa com dados quantitativos, com aspectos interpretativos e descritivos, por meio dos quais se privilegia a análise de conteúdo, conduzida por representações exteriorizadas em mapeamentos constituídos como instrumentos de produção de dados. Conclui-se que os mapas elaborados pelos estudantes investigados mostram-se como instrumentos para identificação dos diferentes argumentos e escolhas que fazem no exato momento em que apresentam suas interpretações para a questão proposta. Ainda, depara-se com a pressuposição de que os mapas elaborados por estudantes de diferentes níveis apontam para experiências muito próximas, ou seja, ao final do estudo da Derivada, o que permanece são habilidades como as técnicas mais básicas de derivação e alguma compreensão, ainda bastante incipiente, do Conceito e da Aplicação da Derivada.

**Palavras-chave:** Derivada, Experiência, Mapas Conceituais Iniciais, Sujeitos da Experiência.

## **INITIAL CONCEPTUAL MAPS AND THE EXPERIENCE OF STUDENT STUDENTS ON THE CONCEPT OF DERIVATION**

### **Abstract**

The experience proposed by Jorge Larrosa Bondiá is exposed in this discussion in which, through Initial Conceptual Maps, we seek to reach the meaning of student productions about what is Derivative. A qualitative research with quantitative data, with interpretative and descriptive aspects is outlined, through which is privileged the content analysis, conducted by representations externalized in mappings constituted as instruments of data production. It is concluded that the maps elaborated by the investigated students are shown as instruments to identify the different arguments and choices they make at the very moment they present their interpretations for the proposed question. Also, it is assumed that the maps elaborated by students of different levels point to very close experiences, that is, at the end of the study of the Derivative, what remains are skill with the most basic techniques of derivation and some understanding, still very incipient, of the Concept and Application of the Derivative.

**Keywords:** Derivative, Experience, Initial Conceptual Maps, Experience Subjects.

### **Introdução**

Este artigo tem como objetivo mostrar como estudantes de Cálculo 1, por meio de seus Mapas Conceituais Iniciais - MCI, exteriorizam aspectos matemáticos do estudo de Derivada e revelam elementos de suas experiências no sentido encontrado em Larrosa (1994, 2002, 2011).

Tomamos por hipótese que o sujeito da experiência se exponha a um processo relacional dialógico. Assim, a experiência não se restringe à coisificação do objeto a conhecer, e nesse sentido compreende a relação que transcende, atravessa e transforma.

A problemática que se apresenta considera a valorização do Cálculo 1 em cursos de graduação e nessa direção são realizados estudos exploratórios baseados em Reis (2001), Silva (2011) e Garzella (2013) que apontam especialmente para os altos índices de reprovação, de evasão e de queixas dos estudantes em relação às dificuldades encontradas ao cursarem o Cálculo 1. A existência desses conflitos indica um jogo de identidades. Alcançar o conhecimento do objeto matemático requer diálogo entre essas identidades, dialética base para a experiência.

Além disso, a análise a partir das elaborações dos sujeitos é um processo de escolha, que conforme sugerem Bauman e May (2010), compreende que a exteriorização do relacionamento com o objeto está limitada por fatores subjetivos, que grosso modo, influenciam e alteram os

caminhos dos mapeamentos, demonstrando a limitação da investigação. No entanto, vale ressaltar que, por mais limitada que seja essa exposição, revela indícios de experiências vivenciadas por sujeitos durante o estudo da Derivada.

### **Dimensão Teórica da Experiência**

No âmbito da experiência, Larrosa (2011, p. 2) pronuncia: “a experiência é isso que me passa”; expondo um resgate ou ressignificação da experiência. Menciona a banalização dessa palavra em Educação, empregada muitas vezes, sem a consciência de suas possibilidades teóricas, críticas e práticas.

E com relação ao “isso” da frase pronunciada apresenta o princípio da alteridade, significando que não há experiência sem a presença do outro, ou de um algo, ou de um isso, de um acontecimento definitivo ou exterior ao Eu. A experiência não reduz o acontecimento, mas o sustenta como irreduzível. Sua justificativa para o “me”, da mesma frase, leva ao princípio da reflexividade, subjetividade, transformação. A experiência supõe que um acontecimento exterior ao sujeito, ao passar, não se coloque apenas diante de si, mas o atravesse e deixe sobre ele sua marca. E com relação ao “passar”, a experiência é um passo, uma passagem, um percurso. Se a palavra experiência tem o *ex* de exterior, tem também o *per*, com significado de travessia, passagem, caminho, viagem. A experiência supõe uma saída de si para outra coisa, e nesse sentido, refere-se à passagem para um território de insegurança, de perigo e de incerteza.

Daí que o sujeito da experiência não seja, em princípio, um sujeito ativo, um agente de sua própria experiência, mas um sujeito paciente, passional, contudo, não é passivo, pois não fica indiferente à passagem. A experiência não é a prática, embora se admita que a prática possa dar lugar à experiência. A experiência é singular, o que quer dizer que, para cada sujeito, a experiência é única. Desse modo, é irrepetível e plural, pois representa a soma de singularidades.

Assim, colocam-se os sujeitos dessa investigação como sujeitos submetidos a dispositivos de construção e de mediação da experiência de si, e capazes de encontrar elementos particulares e (auto) formadores nessa travessia. Entende-se que o sujeito da experiência (Larrosa, 2011) se transforma ao ser atravessado por um algo novo e nesse processo de ressignificação modifica sua forma anterior, é transformado, e leva consigo a marca dessa passagem.

Uma determinada experiência de si é o que visa o processo de formação dos sujeitos. Por esse lado, o que se espera de um sujeito formado é que tenha determinados comportamentos.

Nesse sentido, parte do comportamento esperado que, no caso do Cálculo 1, pode incluir que o sujeito tenha domínio do conceito de Derivada, e que seja capaz de fazer uso de regras de derivação, de relações entre uma função e sua Derivada, de aplicações e de formas de tratar questionamentos relacionados à compreensão desse conceito.

Assim, pondera-se que é possível refletir a partir do que os sujeitos podem deixar revelar da experiência de si, considerando o estudo da Derivada realizado em aulas de Cálculo 1, no entanto, é preciso ir além dos discursos.

### **Procedimentos Metodológicos e Mapas Conceituais Iniciais**

Esta investigação se estrutura por uma abordagem qualitativa de pesquisa, com dados quantitativos, em uma dimensão interpretativa e descritiva. Recorre-se a uma análise de conteúdo, conforme sugere Bardin (2009), desenvolvida como um conjunto de técnicas de análise de comunicações, que utiliza procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, ou seja, um método que, histórica e cotidianamente, produz sentidos e significados a partir da diversidade de amostragem presentes no meio acadêmico. Nesse sentido, entende-se a viabilidade de se realizar uma análise de conteúdo a partir de mapas conceituais iniciais, portanto, nesse aparte de apresentação das escolhas metodológicas, tecem-se em aspectos gerais, o uso dos mapas conceituais e as finalidades específicas para esta pesquisa.

Ao recorrer aos Mapas Conceituais - MC, tem-se como intenção apoiar-se na técnica que permita acessar representações para a organização do conhecimento, a fim de possibilitar o entendimento da estrutura cognitiva idiossincrática de um indivíduo sobre determinado conhecimento ou área desse conhecimento (Novak, 2010).

Compreende-se, nessa lógica, que os mapas conceituais permitem o contato com as exteriorizações relevantes dos investigados a respeito do tema Derivada, como uma exteriorização do relacionamento Sujeito-Derivada. Assim, para compor a análise de conteúdo (Bardin, 2009), apenas os primeiros mapas elaborados pelos sujeitos são considerados, e nominados de Mapas Conceituais Iniciais - MCI.

Na pesquisa realizada consideram-se 110 sujeitos de pesquisa e seus respectivos mapas conceituais iniciais. Os sujeitos da pesquisa são estudantes matriculados nos cursos destacados a seguir e que concluíram Cálculo 1, mesmo que em espaços e tempos diferentes entre si. Os

cursos são: Engenharia de Produção (EP), Engenharia de Computação (EC), Engenharia de Alimentos (EA), Engenharia Química (EQ), Engenharia de Energias Renováveis (EE), e das licenciaturas em Matemática (LM), Física (LM) e Química (LQ). Importante mencionar que para facilitar a sempre necessária retomada dos dados no processo de análise, os sujeitos investigados serão nomeados pelas iniciais de seus cursos e pelo número do sujeito na organização dada para tratamento dos dados brutos. Dessa forma, ao referir-se a (EP004/MCI), significa que se está remetendo ao mapa conceitual elaborado pelo estudante investigado de número 4 do grupo de estudantes matriculados no curso de Engenharia de Produção.

A fim de encontrar uma forma de selecionar os MCI, sondaram-se aspectos presentes na Teoria dos Mapas Conceituais que pudessem colaborar para o processo de análise e, desse modo, apropriou-se da compreensão das Estruturas Hierárquicas Inapropriadas ou Limitadas (LIPHS), conforme Novak (2002), citado por Cicuto e Correia (2013).

As LIPHS podem ser entendidas como ferramenta adicional de análise ao apoiar-se nas proposições com clareza semântica; e para isso, consideram-se três principais padrões de MCI, ou seja, os que apresentam proposições: i) limitadas (proposição com baixa clareza semântica); ii) inadequadas (proposição com erro conceitual) e iii) adequadas (proposições sem erro conceitual).

Assim, exemplos de proposições com os diferentes níveis de clareza semântica são apresentados, de acordo com o termo de ligação considerando o contexto da Derivada, e podem ser classificados como: (a) não é uma proposição; (b) proposição limitada; (c) proposição inapropriada; e (d) proposição apropriada. Para esse fim, vale-se de exemplos obtidos por meio dos mapas elaborados pelos investigados.

Na Figura 1, apresenta-se um exemplo de como podem ser exteriorizadas proposições com diferentes níveis de clareza semântica. No item (a) expõe-se um exemplo que não é proposição em razão da ausência do termo de ligação. Os demais itens, (b), (c) e (d) foram tomados como proposições limitada, inapropriada e apropriada, respectivamente.

**Figura 1** – Proposições e diferentes níveis semânticos no contexto da Derivada.



**Fonte:** Adaptação do modelo de Cicuto e Correia (2013) em Junqueira (2014, p. 86).

Por meio da análise, propõe-se permitir a exposição de algumas formas da relação dos sujeitos com o objeto Derivada. A fim de selecionar os MCI, recorre-se ao enquadramento das proposições de acordo com o nível de clareza semântica, considerando-se apenas como MCI as elaborações que apresentaram ao menos uma proposição, podendo ser essas proposições limitada, inapropriada ou apropriada.

Buscou-se pelos aspectos que colocam as proposições externalizadas em pelo menos um dos seguintes modos. O primeiro, como proposição apropriada, ou seja, com clareza semântica e sem erro conceitual no contexto da Derivada; e o segundo, como proposição limitada, ou seja, com baixa clareza semântica. Nesse ínterim, analisam-se as proposições apropriadas e/ou limitadas quanto ao nível de clareza semântica em relação ao termo de ligação, e apropriadas e/ou limitadas para o contexto da Derivada. Não se computa para essa classificação em relação à Derivada as proposições inapropriadas, ou seja, com erros conceituais para o contexto da Derivada.

Assim, a partir desses MCI, reclassificam-se os que apresentaram indícios de: (i) Regras de Derivação; (ii) Conceito de Derivada; (iii) Aplicações da Derivada. Verifica-se ainda, que os MCI podem apresentar proposições que se enquadram, simultaneamente, em até os três principais padrões de MCI, como limitado, inapropriado e apropriado. No entanto, tal consideração não invalida a leitura parcial das proposições adequadas e/ou limitadas para a classificação em (i), (ii), e/ou (iii). Cabe lembrar que um mesmo mapa pode apresentar

referência a mais de uma classificação, e a separação aqui proposta apenas tem o fim de dimensionar esta possibilidade de análise.

## **Análise e Resultados**

Na sequência, apresentam-se as análises das três classificações, (i) Regra de Derivação, (ii) Conceito de Derivada e (iii) Aplicação da Derivada. Dos 110 mapas em análise, considerou-se 60 para Regra de Derivação, 38 para Conceito de Derivada e 25 para Aplicação da Derivada. Totalizou-se em análise mais do que os 110 mapas mencionados, em razão de serem enquadrados em mais de uma classificação, concomitantemente.

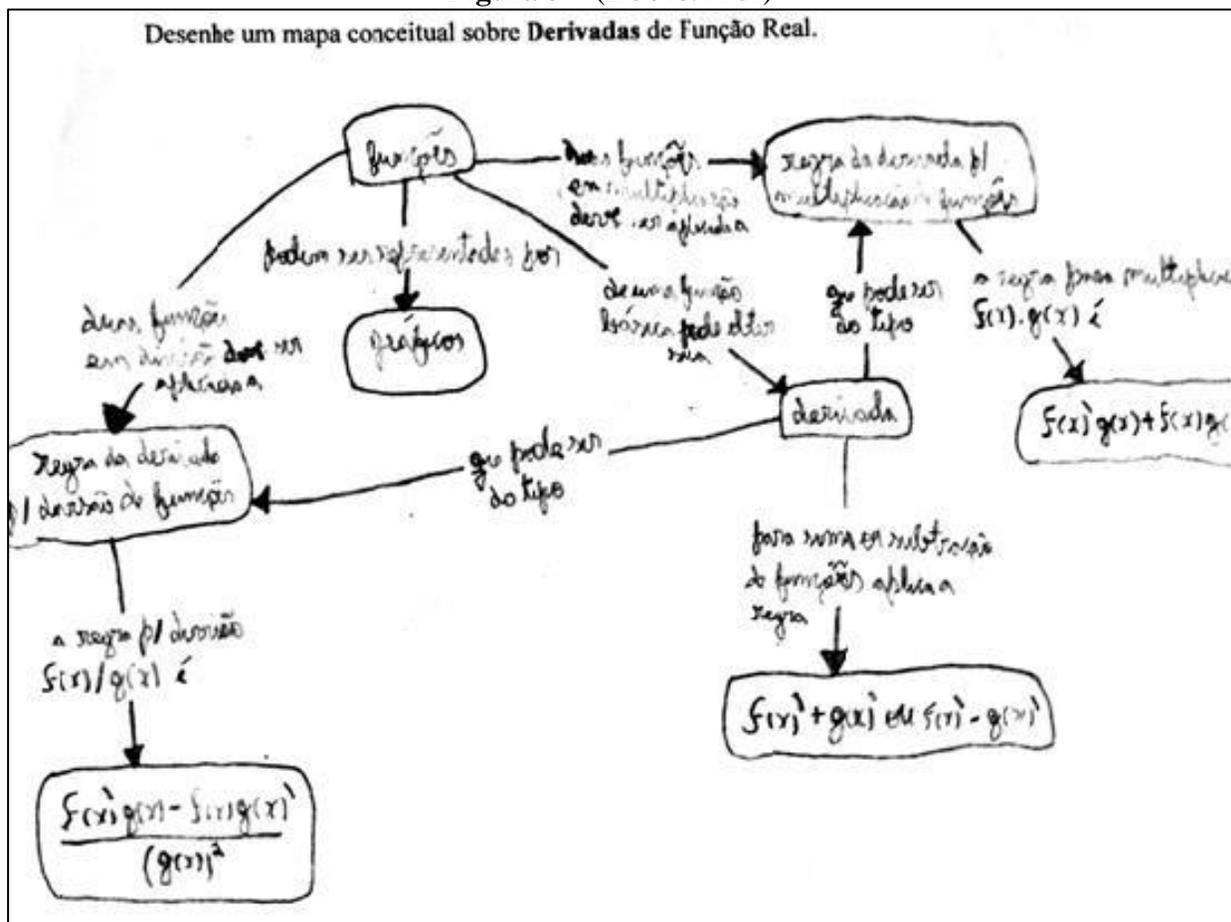
### **MCI e o Enfoque Regras De Derivação**

Nesse enquadramento, observa-se em alguns MCI proposições que, embora inadequadas no contexto da Derivada, apresentam clareza semântica limitada quanto aos termos de ligação utilizados, por exemplo: **“Regra da Cadeia → para que serve → Derivar funções compostas”**. Em outros casos, há a adequação quanto à Derivada e até clareza semântica quanto aos termos, porém, descritos dentro de um único retângulo, não exteriorizando uma proposição do tipo “conceito – termo de ligação – conceito”, conforme sugere a Teoria dos Mapas Conceituais (Novak, 2002).

A partir da análise dos mapas elaborados pelos sujeitos de pesquisa, admite-se que o mapeador (EP005/MCI) apresenta em seu MCI uma estrutura em rede hierárquica dos conceitos, restringindo-se, entretanto, essencialmente ao contexto das Regras de Derivação. Esse sujeito planeja apresentar uma aplicação relacionada à Derivada no contexto da Física, contudo não há continuidade nessa construção, que se exterioriza por meio de uma proposição limitada que relaciona o conceito Derivada a uma frase completa na caixa, no lugar do segundo conceito; essa última, indicando que toda uma subseção desse mapa poderia ser construída a partir da frase na caixa. Cabe destacar a sugestão do mapeador, **“Calcular a fórmula da posição em função da fórmula da velocidade”**, sua inversão pode indicar uma relação com o estudo das Integrais, ou relacionar-se à Física I e II, em geral, estudados concomitantes aos Cálculos I e II, porém não se pode afirmar se essa construção foi intencional.



Figura 3 – (EC013/MCI)

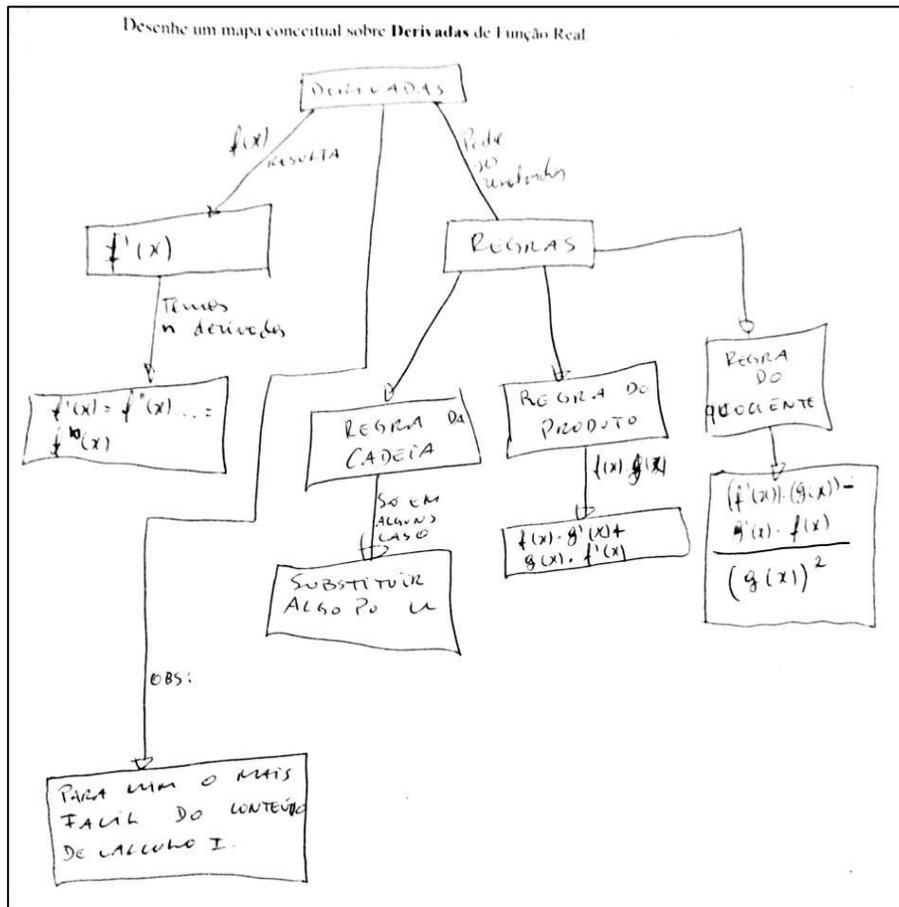


Fonte: Junqueira (2014, p. 149).

Nessa direção, EP005/MCI também recorre às técnicas de derivação, contudo, em uma de suas proposições diz: **“Derivadas → Quais as regras que lembro → Regra...”**. Justifica na sequência o uso de cada uma dessas regras. Portanto, ao citá-las, parece saber para quais objetivos deve utilizá-las.

O mapa de LM013/MCI apresenta uma estrutura radial para a linear. O mapeador mostra indícios de que a escolha por essa face da Derivada poderia ser a face mais fácil, mas não a única, o que faz sentido com a afirmação exteriorizada na proposição: **“Derivadas → obs: → para mim o mais fácil do conteúdo de Cálculo 1”**. Seu mapa também apresenta proposições limitadas, dentre as quais tenta apresentar fórmulas para as regras que conhece. Destaca-se a proposição **“Regra da Cadeia → só em algum caso → substituir por u”**, uma proposição limitada do ponto de vista da teoria de Novak e inadequada no contexto da Derivada.

Figura 4 – (LM013/MCI)



Fonte: Junqueira (2014, p.152).

Junqueira e Manrique (2012) chamam atenção para estruturas memorizadas pelos estudantes em aulas de Cálculo 1, que em geral são abandonadas ou esquecidas logo após um processo avaliativo. Nessa direção, Rezende (2003) aponta que calcular exaustivamente Derivadas de funções através das regras usuais de derivação não leva o aluno a construir efetivamente o significado desta operação, e as deformações decorrentes desse tipo de abordagem contribuem para aplicações ingênuas das regras de diferenciação em cálculos de Derivadas e em circunstâncias nem sempre apropriadas. Ainda, evidencia que o processo de significação do conceito de Derivada parece simplesmente realizado por meio do exaustivo uso de Regras de Derivação.

Os mapeadores não apresentam referência às demonstrações dessas regras, apenas apresentam suas fórmulas, ou algum cálculo desenvolvendo a Derivada de uma função, geralmente, de uma função polinomial. Vale lembrar que as deficiências apresentadas nas representações dadas por alguns mapeadores têm em sua base a queixa comum de um ensino

básico deficiente. Contudo, notadamente, com ou sem uma base matemática de nível médio, os sujeitos exteriorizam em seus mapas aspectos da construção do conhecimento de Derivada que parecem revelar apenas os pontos mais elementares dessa abordagem, sinalizando para uma construção inicial desse conhecimento restrita a um nível mais elementar.

### **MCI e o Enfoque Conceito da Derivada**

O Conceito da Derivada ocupa um papel central no Cálculo 1 e, nesse propósito, entende-se que seja passível de ser definido de diferentes formas. É recomendável que essas formas estejam correlacionadas. Infere-se que em aulas de Cálculo 1 podem ocorrer disjunções nas abordagens conceituais da Derivada, evidenciando-se os aspectos Formal, Geométrico e Dinâmico desse entendimento e, em virtude da análise que se pretende realizar, far-se-á uso dessas disjunções. Considera-se, a princípio, que os MCI podem trazer elementos simultâneos de mais de um desses aspectos. Assim como, entende-se que o fato de um MCI apontar para apenas uma dimensão do Conceito da Derivada, não signifique que o sujeito tenha apenas essa única compreensão. Nesse propósito, compuseram-se três agrupamentos para o enfoque Conceito da Derivada, representados em agrupamentos: **(I)** Formal; **(II)** Geométrico e **(III)** Dinâmico.

Evidenciou-se que o agrupamento II englobou o maior número de proposições adequadas e/ou limitadas com indícios de elementos de uma construção conceitual da Derivada. A presença de maior número de MCI no agrupamento II pode indicar que a abordagem por meio da interpretação geométrica seja mais frequente em aulas de Cálculo 1 e possa ocorrer de forma destacada das mencionadas nos agrupamentos I e III. No entanto, tal ocorrência pode indicar, também, que a compreensão do conceito da Derivada possa estar se consolidando com maior significação aos estudantes por esse caminho.

Ao buscar por elementos geométricos do conceito de Derivada, os estudantes podem encontrar sentido para o aspecto formal, dado em termos do Limite, quando muitas vezes, Derivadas são “provadas” por meio de um “jogo” que relaciona o valor encontrado através de regras de derivação ao valor encontrado pela definição da Derivada.

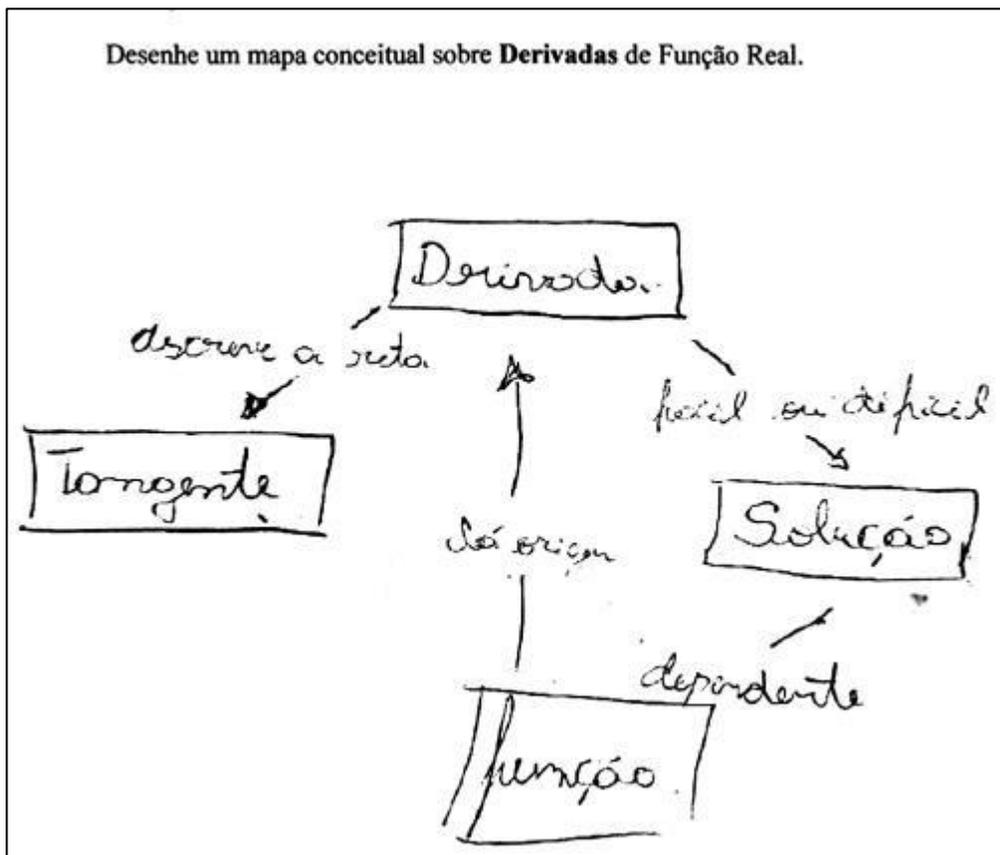
Isso pode não fazer muito sentido para os estudantes, no entanto, recorrendo à interpretação geométrica, intuitivamente percebem o Limite quando fazem  $Q$  se aproximar de  $P$ , ou seja, dada uma curva que representa o gráfico de  $f$ , se conhecido um ponto  $P(a, f(a))$ , então, a equação da reta tangente à curva em  $P$  é dada por  $y - f(a) = m(x - a)$ , onde  $m$  é o

coeficiente angular da reta tangente. A reta secante à curva que passa por  $P$  e  $Q$  fornece o  $m_s$  (inclinação da reta secante). A variação do coeficiente angular da reta secante fazendo  $Q$  se aproximar de  $P$ , ou seja, tomando  $\Delta x$  cada vez menor, permite indicar que, quando  $Q$  está próximo de  $P$ , o coeficiente angular  $m_s$  da reta secante deve estar arbitrariamente próximo do coeficiente angular  $m$  da reta tangente, ou seja, o coeficiente angular  $m_s$  da reta secante tem um limite  $m$ , o que implica dizer que a reta tangente é a posição limite da reta secante quando  $Q$  tende para  $P$ .

Nesse sentido, destaca-se a insegurança evidenciada a partir dos mapas, EA001/MCI exterioriza proposições que apresentam baixa clareza semântica quanto aos conceitos e termos de ligação utilizados e são insuficientes no contexto matemático do estudo da Derivada. Em seu MCI é econômico quanto ao número de proposições, que seguem uma representação radial, ligadas ao conceito central, contudo, não necessariamente ligadas entre si; e linear, quando cada conceito se liga unicamente ao anterior, caracterizado pela limitação no número de conceitos.

Cabe mencionar que termos de ligação inadequados diminuem a precisão da mensagem exteriorizada com as proposições, conforme Cicuto e Correia (2013). A partir do MCI apresentado por EA001/MCI, evidencia-se também, que uma das proposições “*Derivada → fácil ou difícil → solução*” não apresenta verbo no termo de ligação, o que compromete sua clareza semântica, e é, portanto, uma proposição limitada. Contudo, esse mapeador acrescenta que a solução depende da função, talvez em uma referência à Regra. Por outro lado, a clareza da proposição “*Derivada → descreve a → reta tangente*” é facilmente destacada na rede de proposições, evidenciando que nessa direção, o mapeador demonstra princípio de uma compreensão que parece apontar para o caminho do conceito de Derivada, embora, ainda incipiente, ou em construção.

Figura 5 – (EA001/MCI)



Fonte: Junqueira (2014, p. 167).

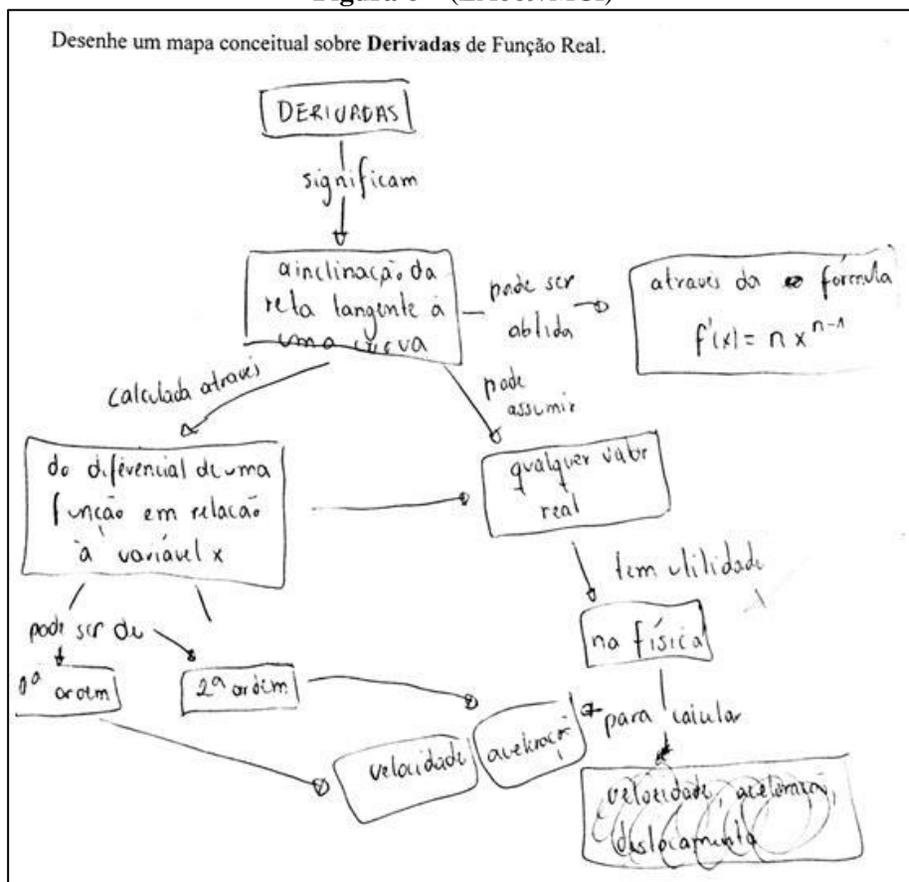
Nesse sentido, a experiência é uma possibilidade, pois ocorre na descoberta, na transformação diante do novo. Apontado por Larrosa (2002, p. 24), o sujeito da experiência pode ser entendido como “uma superfície sensível que aquilo que acontece afeta de algum modo, produz alguns efeitos, inscreve algumas marcas”.

Em EA009/MCI, o mapeador inicia sua construção pela afirmação dada pela proposição **“Derivadas → significam → a inclinação da reta tangente a uma curva”** e dessa forma indica um caminho de construção do conhecimento da Derivada mais fundamentado do que EA001/MCI. As proposições nos mapeamentos são possibilidades de marcas ou vestígios das aulas de Cálculo 1.

Embora EA009 utilize de frases dentro de caixas como conceito no mapa, o que poderia ser expandido, gerando novas conexões em seu mapa a partir do conceito inclinação, verifica-se que a construção continua em uma estrutura próxima de um mapeamento em rede, por meio da qual o sujeito faz outras relações, revelando um contexto de representações que aponta para

regras através de fórmulas, procedimento que não tem prosseguimento. Esse mapeador também aponta para aplicações da Derivada, com um exemplo em Física, o que relaciona de forma cíclica no mapa à ideia conceitual sobre a Derivada apresentada no início do seu mapa, revelando assim, uma elaboração mais abrangente, mais inclusiva.

Figura 6 – (EA009/MCI)



Fonte: Junqueira (2014, p. 169).

As iniciativas abandonadas pelo mapeador, uma para Regra de Derivação e uma rasura na base do mapa dão indícios da forma como o estudante pensou ao conduzir sua elaboração. Ao pensar, toma decisão, redireciona sua compreensão. Essas iniciativas mostram direções tomadas pelo sujeito, cuja habilidade para tomar decisões é uma escolha aparentemente consciente.

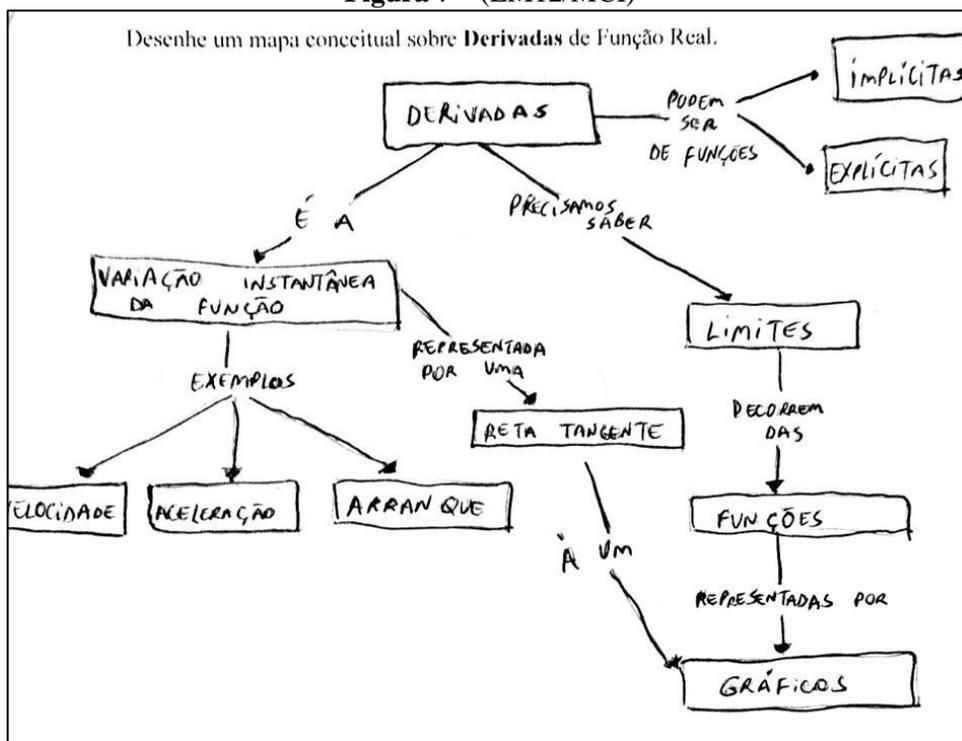
Nessa direção, o mapeamento de LM012/MCI se organiza em uma estrutura em rede, e utiliza conceitos, em geral, colocados em uma única palavra. Demonstra um modelo hierárquico, com conceitos mais inclusivos no topo do mapa e conceitos específicos ou pouco

abrangentes na base do mapa, embora mapas conceituais não necessariamente prescindam de apresentar esse tipo de hierarquia (Moreira, 2012).

Nesse mapa há a presença de exemplos, uma característica observada em alguns mapas elaborados por estudantes da LM, como em LM012/MCI (Figura 7). A utilização dos exemplos pelo mapeador reforçou a sua segurança na exteriorização apresentada. Outra característica que remete à segurança se refere ao traçado acentuado das linhas e ausência de rasuras. Pode-se inferir que em LM012/MCI as decisões do mapeador são seguras e conscientes. Mais elementos dessa segurança são evidenciados pelas linhas finalizadas com setas indicando um sentido entre os conceitos.

O conceito de Derivada é apresentado por meio de uma aquisição diferenciada progressiva, pois este mapeamento mostra-se cada vez mais elaborado à medida que o estudante estrutura sua representação. O processo de Diferenciação Progressiva é característico da dinâmica da estrutura cognitiva, no curso da aprendizagem significativa, no qual os conceitos que interagem com o novo conhecimento e servem de base para a atribuição de novos significados também se modificam em função dessa interação, segundo Moreira (2012).

Figura 7 – (LM12/MCI)



Fonte: Junqueira (2014, p. 171).



Derivada, obviamente que não é garantia de que não consiga fazer interligações entre Regras, Conceito e Aplicações da Derivada.

Os resultados encontrados nesta investigação também confirmam que o domínio da técnica sobre o significado seja valorizado em aulas de Cálculo 1 (Vieira, 2013). Entende-se que as escolhas exteriorizadas pelos sujeitos em seus MCI sobre Derivada vão ao encontro do que representa suas possibilidades de experiência com esse conteúdo, revelando as possíveis marcas deixadas na passagem desses estudantes pela disciplina de Cálculo 1.

### **MCI e o Enfoque Aplicação da Derivada**

Concebem-se quatro agrupamentos para o enfoque Aplicação da Derivada, representados em agrupamentos: **(I)** Gráficos; **(II)** Problemas Elementares; **(III)** Taxas Relacionadas e **(IV)** Otimizações. Essa divisão foi pensada levando em consideração um caminho de abordagem bastante presente em aulas de Cálculo 1 e é detalhada em Junqueira (2014).

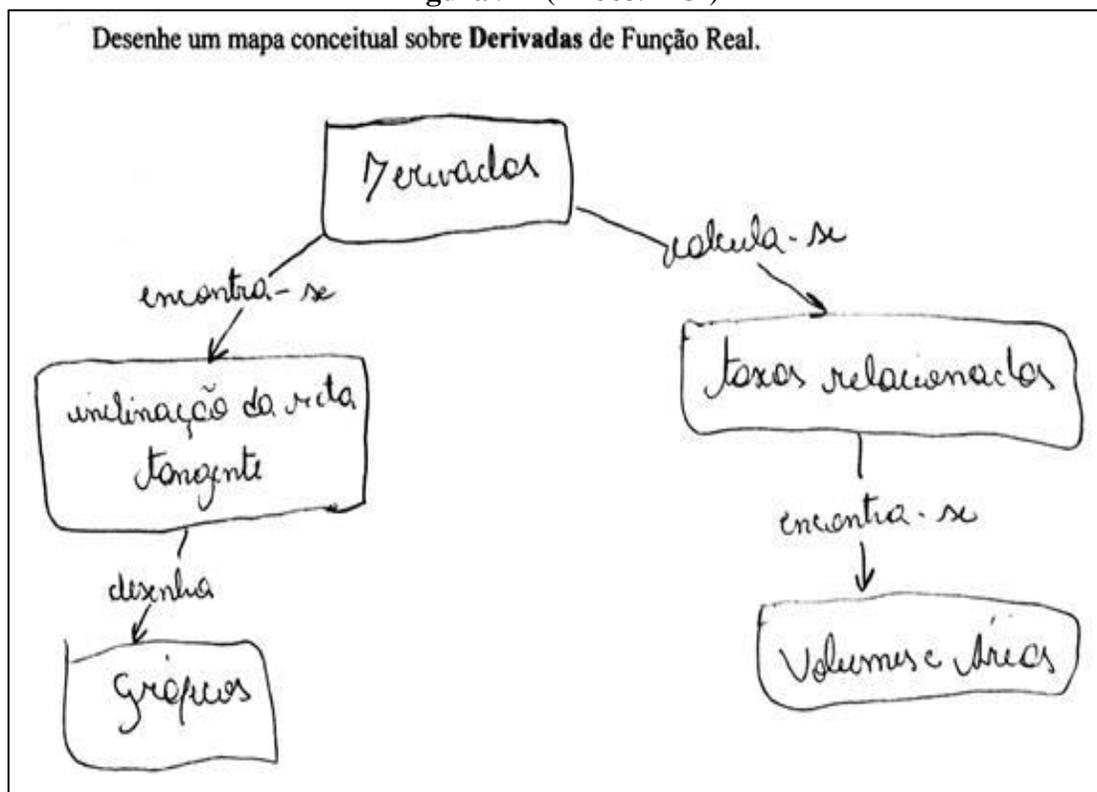
Encontra-se maior escassez nos mapas que explicitam elementos da Aplicação da Derivada, o que pode estar relacionado ao pouco tempo disponibilizado para essa abordagem em aulas de Cálculo 1. Em geral, esse enfoque é trabalhado em aulas finais dessa disciplina, um período conturbado para muitos estudantes, devido à aproximação dos exames e resultados finais na disciplina.

Em LF005/MCI, um mapeamento estruturalmente radial e linear, encontra-se a proposição *“Taxas relacionadas → encontra-se → Volumes e Áreas”*. O mapeamento em questão é classificado no agrupamento (III) taxas relacionadas, contudo, a exteriorização sinaliza que esse estudante possa ter passado por um processo em que o estudo do tema Taxas Relacionadas tenha sido explorado por meio de exemplos. Cabe destacar que esse estudante menciona em seus relatos em Junqueira (2014), que cursou duas vezes a disciplina de Cálculo 1, e que foi aprovado com desempenho “não muito bom”, saindo da disciplina com grandes dificuldades em Limite e Derivada, e que passou por uma aprendizagem mecânica e direcionada a fazer provas.

Esse mapeador exterioriza o que julga encontrar ao resolver problemas com taxa relacionada. Dessa forma, intui-se que a ideia de computar a taxa de variação de uma grandeza em termos de uma taxa de variação de outra grandeza mais facilmente medida, para assim achar

a equação que relacione tais grandezas e então diferenciar, possa estar distante da relação feita por esse estudante.

Figura 9 – (LF005/MCI)



Fonte: Junqueira (2014, p. 172).

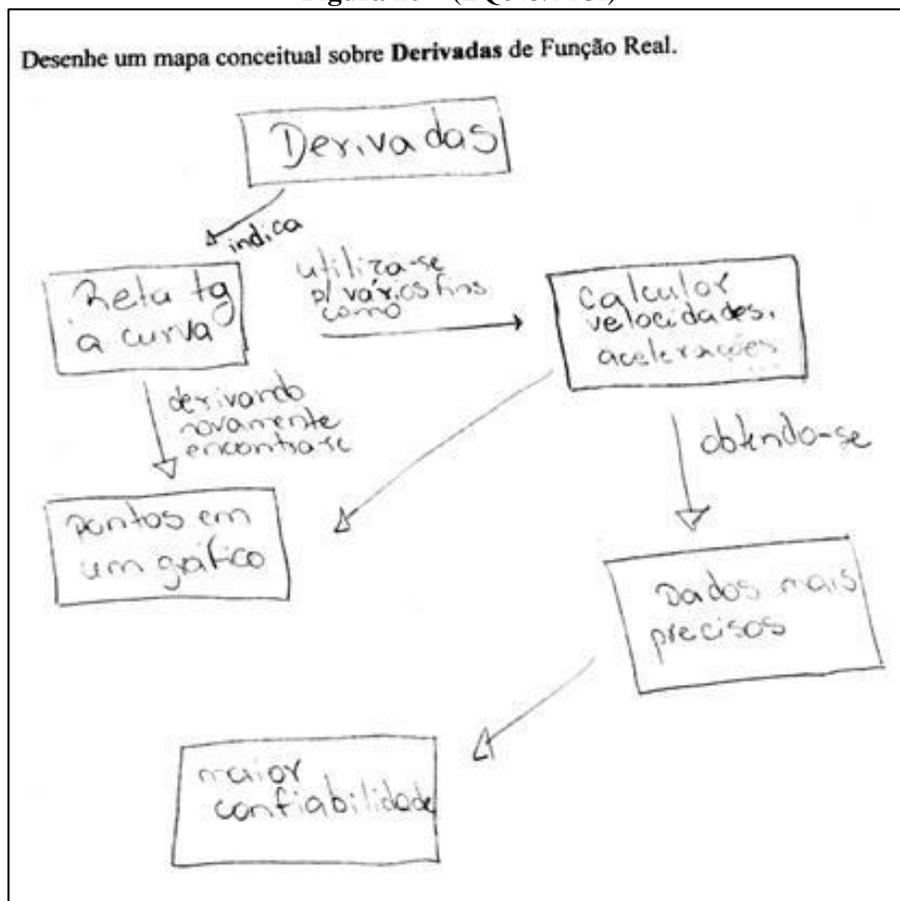
Nesse sentido, destacam-se, para um universo de respostas de estudantes a problemas com taxas relacionadas, quatro níveis de significação: o aritmético, o algébrico, o funcional e o diferencial, determinando entre eles, uma hierarquia epistemológica, sendo os dois primeiros níveis os mais comuns, para os quais, “os alunos não conseguem verificar as quantidades variáveis envolvidas tampouco a relação entre elas” (Cabral, 1998 como citado em Vieira, 2013, p. 37), não sendo possível assim a quantificação do processo de variação de uma grandeza em relação à outra.

De outro modo, LM034/MCI expõe em seu mapeamento que “*Derivadas* → *podem ser* → *usadas na Física*” (Figura 8). Em seguida a essa proposição que é apropriada, busca uma relação entre os conceitos na Física: velocidade, aceleração e arranco; tomando como termos de ligação as expressões: calculando a 1ª Derivada; calculando a 2ª Derivada e calculando a 3ª Derivada, respectivamente. No entanto, não faz qualquer referência à função que deve ser

diferenciada uma, duas, ou três vezes. Acredita-se que esse estudante saiba tratar-se da função posição, embora não esteja explícito em seu mapa.

Nessa direção, LM012/MCI também sugere as expressões: velocidade, aceleração e arranco como exemplos de variação instantânea da função (Figura 7). Novamente não faz nenhuma relação com a função posição. Outros MCI apontam o uso da Derivada na Física para achar a velocidade e a aceleração, porém apenas mencionam a aplicação, tais como: EQ048/MCI com a proposição “*Física → para → achar a velocidade e aceleração*”, e EC009/MCI, com “*Derivada → serve para → Aplicações físicas*”. Nessa direção, destaca-se que EQ045/MCI em um mapeamento linear arrisca em uma tentativa de ligação cruzada, para expor a utilidade da Derivada no cálculo de velocidades e acelerações. Cabe apontar que ligações cruzadas compreendem importantes ferramentas auxiliares na identificação de como um conceito em um domínio de conhecimento se relaciona a outro em outro domínio de conhecimento (Novak & Cañas, 2010, p.10).

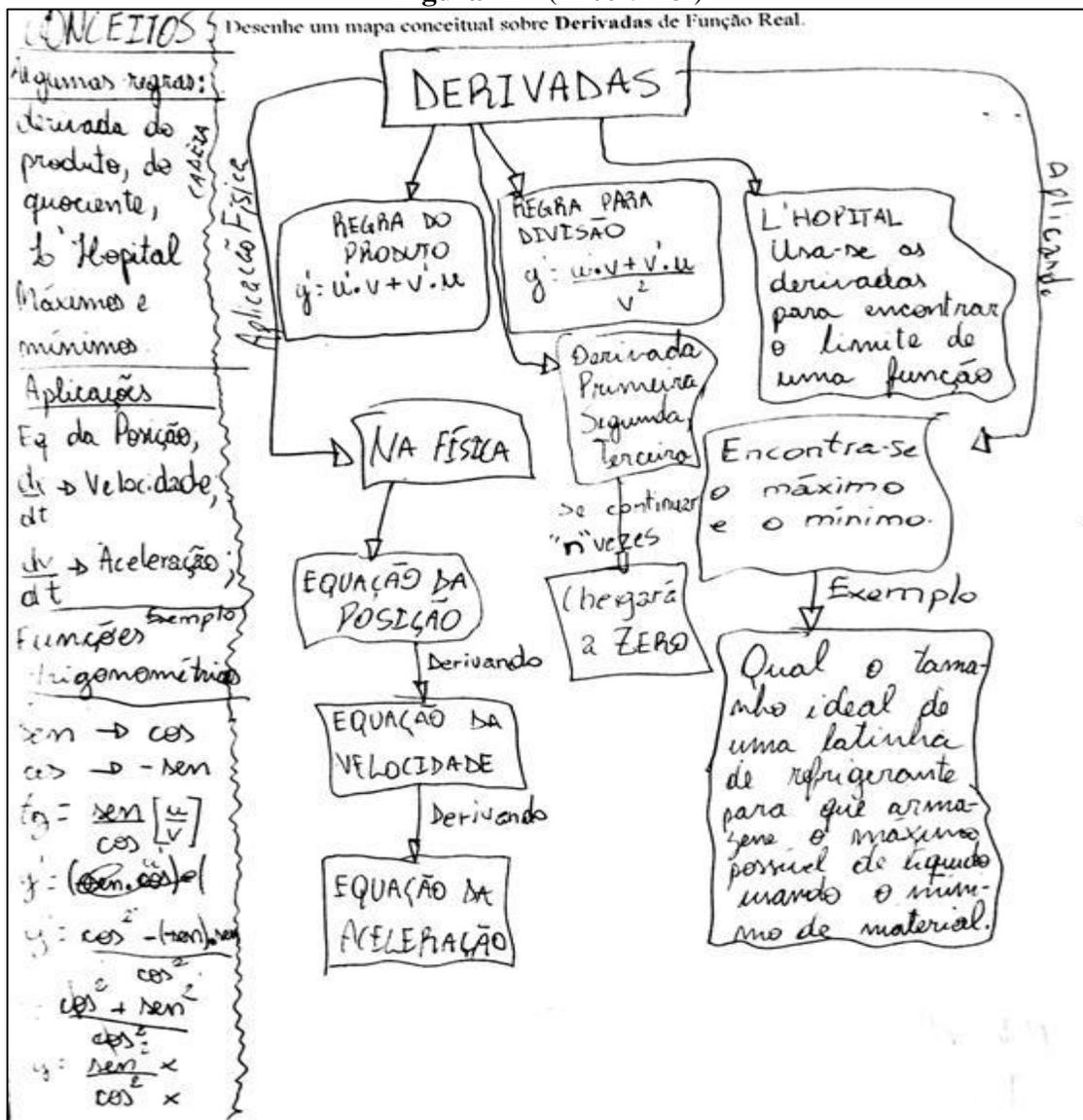
Figura 10 – (EQ045/MCI)



Fonte: Junqueira (2014, p. 181).

Em seu mapeamento EP004/MCI apresenta estrutura radial e linear e a proposição apropriada “Equação da posição → derivando → Equação da velocidade”. Este mapeador se utiliza de muitas frases completas dentro das caixas e de poucas proposições, indicando que possa ter limitação para a elaboração de bons mapas, porém seu mapa demonstra uma relação mais bem elaborada com o contexto matemático da Derivada. Cabe mencionar, no entanto, que neste estudo não se priorizou a elaboração de bons mapas (Aguiar & Correia, 2013), mas os mapas elaborados uma única vez pelos sujeitos, que se convencionou chamar de mapas conceituais iniciais.

Figura 11 – (EP004/MCI)



Fonte: Junqueira (2014, p. 183).

O mapeador EP004 recorre a uma lista de conceitos antes de fazer sua representação, priorizando regras e aplicações. Menciona a aplicação na Física, conforme proposição em destaque no parágrafo anterior, e mostra um exemplo de problema de otimização, sendo, por isso, seu mapa computado nos agrupamentos (II) Problemas Elementares e (IV) Otimizações. Esse estudante cursou Cálculo 1 uma única vez e seu desempenho no componente, segundo relata, não foi excepcional, obteve os melhores resultados de Cálculo 1 em questões para calcular limites de funções usando a Regra de L'Hospital (Junqueira, 2014).

No âmbito da aplicação da Derivada, verifica-se que a Física está mais presente do que se comparada a exemplos da Economia, Biologia, ou outras áreas do conhecimento, para as quais os problemas com interpretações firmadas a partir de taxas de variação também podem ser facilmente resolvidos com o cálculo de uma Derivada. Admite-se que o estudante de Cálculo 1, em geral, também é estudante de Física 1, e desse modo, pode haver a maior relação entre esses contextos, pois o estudo da Derivada teorizado em uma disciplina é, concomitantemente, aplicado em outra. Assim, pode-se inferir que situações em que aplicações sejam concomitantes à teoria sejam positivas para a experiência dos sujeitos (Larrosa, 2002, 2011).

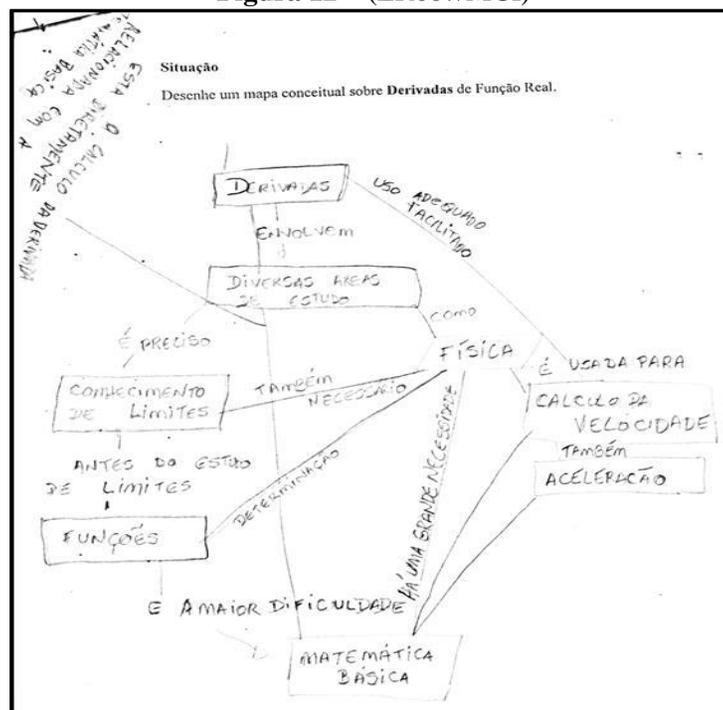
Em relação ao exemplo apontado em EP004/MCI, cabe destacar **“Derivadas → aplicando → encontra-se o máximo e o mínimo”**, essa proposição pode indicar apenas que o estudante reconhece que existem problemas com máximo – **“armazene o máximo”** e; mínimo – **“usando o mínimo de material”**; no entanto, verifica-se que o estudante exterioriza também que tal fato ocorre como decorrência da aplicação da Derivada. Assim, a ingenuidade pensada para o uso do exemplo deve ser retirada, embora apresente um mapa ainda incipiente.

Destaca-se também o mapeamento ER007/MCI, em que as relações do sujeito com o objeto parecem explicitar a Derivada como uma aplicação usada na Física para o cálculo da velocidade e da aceleração. ER007/MCI ingressou na universidade em 2012 e cursou com aprovação Cálculo 1 em seu primeiro semestre na Instituição.

Em seu MCI expõe que **“Funções – é a maior dificuldade → Matemática Básica”**, a única proposição em que coloca um sentido indicado pela presença da seta. No topo do mapa, destaca que o cálculo da Derivada está diretamente relacionado com a Matemática Básica. Desse modo, entende-se que o sujeito parece querer enfatizar a relação onipresente da formação básica com o Cálculo 1 (Junqueira, 2014). A Educação Básica não deve ser entendida como um empecilho, tampouco como condição essencial para a compreensão do conceito de Derivada,

pois, embora a deficiência nesse âmbito seja um dificultador desse processo, formas de reafirmar as responsabilizações dos sujeitos da experiência em aulas de Cálculo 1 precisam ser valorizadas, a fim de que sejam vencidas as defasagens decorrentes de processos de formação deficiente.

Figura 12 – (ER007/MCI)



Fonte: Junqueira (2014, p. 184).

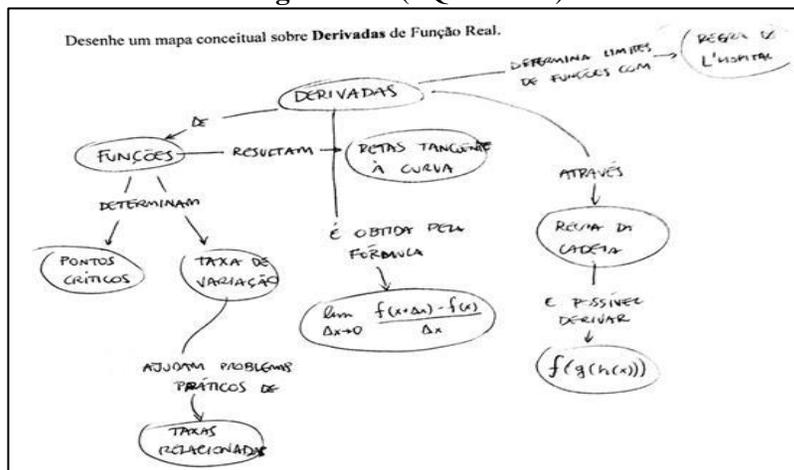
Em EQ041/MCI destaca-se a clareza da representação. Esse mapeador ingressou na universidade em 2010, e cursou pela segunda vez a disciplina de Cálculo 1 em 2012, devido ao período em que optou pelo trancamento de matrícula. Em seus relatos em Junqueira (2014) menciona que o conteúdo de Cálculo 1 requer a prática de exercícios.

Esse estudante exterioriza em seu MCI que **“Derivadas de funções → determinam → pontos críticos e taxas de variação”**, e que, **“ajudam em problemas práticos de → taxas relacionadas”**. Em outra ligação, destaca que das mesmas, **“resultam → retas tangentes à curva”**, sendo a sua Derivada obtida pela fórmula apresentada como uma taxa de variação instantânea, em que  $\Delta x$  representa uma pequena variação em  $x$ , próximo de  $x_0$ .

O mapeamento EQ041/MCI apresenta clareza semântica para a interpretação demonstrada, assim como aponta para uma direção de leitura, pois apresenta uma estrutura hierarquicamente organizada com elementos de diferenciação progressiva.

Nesse mapeamento há relativa clareza em relação à compreensão da Derivada, pois faz relações, utilizando-se de termos de ligação na sua maioria apropriados, o que demonstra a segurança do mapeador com as representações exteriorizadas. Enquadrou-se esse mapa nos agrupamentos (III) Taxas Relacionadas e (IV) Otimizações, devido a relação dada entre taxa de variação e taxa relacionada, e também por mencionar pontos críticos como decorrência de Derivadas de funções. Contudo, o mapeamento não permite, por exemplo, dimensionar qual compreensão de ponto crítico o mapeador pretende explicitar.

**Figura 13 – (EQ041/MCI)**



Fonte: Junqueira (2014, p. 186).

Concluindo o âmbito das aplicações da Derivada, as lembranças mais presentes apontam para a aplicabilidade à Física, e nesse sentido, pode-se inferir que há uma maior experiência em relação à construção desse conhecimento.

### Considerações Finais

Conclui-se, assim, ao buscar alcançar o significado de produções de estudantes sobre o que é Derivada por meio de mapas conceituais iniciais, que de modo geral, encontra-se a identificação da Derivada por meio de Regras; a visão geométrica na compreensão do conceito de Derivada e, ainda, a Física como campo de sua maior aplicação.

Os investigados deixam revelar em seus MCI que o conhecimento construído ao longo da disciplina deixou marcas mais elementares do conhecimento construído. Não se pode excluir a possibilidade da limitação de alguns sujeitos na tarefa de elaboração de mapas conceituais, portanto, pesquisa futura que não considere apenas a primeira versão dos mapas pode ser um importante mecanismo de investigação e de confirmação de alguns dos aspectos ora levantados.

Admite-se que não se pode ter a real noção da compreensão dos sujeitos investigados no que se refere ao conhecimento consolidado sobre a Derivada. Não se trata aqui de medir a experiência dos sujeitos em Cálculo 1, ou em Derivada, pois a unicidade da experiência em aulas de Cálculo 1 tem relação com a subjetividade e identidade dos sujeitos ao passar por uma experiência, e como tal não pode ser medida, ou comparada, pois não apresenta parâmetros que possam ser considerados válidos para esse fim. Mesmo porque, não se trata de um experimento, mas sim da experiência. Contudo, a experiência existe, pois as marcas que revelam os sujeitos investigados em seus MCI remetem para a percepção de que algumas podem até ser provisórias, pois mecanismos memorizados são descartados se entram em desuso; mas outras são definitivas, e essas, mesmo que passem por vários outros processos de aprendizagem, tendem a firmar-se e tornar-se indelévelis.

As experiências dos sujeitos apresentadas em seus mapas são elementares, incompletas, inconclusas, pois nesse processo também são submetidos a constantes descobertas. E, após estudar Derivadas, seguem intermináveis sujeitos da dúvida e da incerteza. Seriam essas as experiências desses estudantes? O que de fato se “aprende” após o estudo da Derivada em Cálculo 1?

Os sujeitos da experiência exibem um processo individual de escolhas. Independentemente das escolhas realizadas institucionalmente acerca do caminho de construção do conhecimento do objeto em estudo, indivíduos, que são os sujeitos da experiência, optam pelas melhores formas para si, de se expressarem; e revelam suas impressões mais pertinentes acerca do que sabem sobre a Derivada. Por vezes são incipientes. Em outras são limitados. E em outras são mais gerais. Jamais são completos, talvez por ser uma das características do humano, a incompletude. Contudo, mesmo diante da incompletude e das incertezas, fazem escolhas e se arriscam.

Por meio dos MCIs analisados, verifica-se opções, ou escolhas por caminhos conscientes de elaboração dos mapas, no entanto, há desistências, como se encontrassem o imprevisível, o inesperado. E, nesses casos, fazem novas escolhas. Presume-se que o alcance dessas escolhas se deva muito mais por suas limitações pessoais diante do conteúdo da Derivada, do que de sua insegurança diante da elaboração de mapas conceituais.

Um ponto ficou evidente, independente da relação do sujeito com sua formação básica, com o seu professor de Cálculo 1, com a Instituição em que está em formação, ou com a própria

Derivada, sujeitos da experiência exteriorizam aspectos de superficialidade em seus MCIs. Não houve a explicitação de um aprofundamento nos mapas, embora alguns mapas expusessem mais relações entre os conceitos, além de um número maior de conceitos e de termos de ligação apropriados; ainda assim, não existiu aprofundamento significativo em termos de Regras, Conceitos ou Aplicações da Derivada nos agrupamentos investigados. A superficialidade parece ter sido a marca mais evidente.

Conjectura-se, assim, que a experiência dos sujeitos em face da Derivada possa estar se consolidando a partir do que é mais simples, indicando que a forma superficial possa constituir o início desse processo de construção do conhecimento. Precisam-se alcançar meios para experiências mais densas e significativas aos sujeitos da experiência.

Desse modo, a experiência pode estar limitada às marcas mais elementares das Regras básicas de Derivação, assim como a algum entendimento acerca da ideia da Derivada como inclinação de uma reta tangente a uma curva em um ponto, ou a que por meio da Derivada se pode encontrar, por exemplo, a aceleração se conhecida a velocidade de uma partícula. Obviamente, essas “marcas” não são as únicas pretensões de instituições formadoras e de seus representantes, muito menos devem desejar uma formação superficial os estudantes dos cursos investigados neste trabalho. Contudo, tais marcas são evidentes, e uma opção é buscar formas de consolidar experiências mais intensas aos sujeitos da experiência. Conjectura-se que para consolidarem-se experiências mais profundas há de se respeitar as experiências mais elementares, pois essas parecem ser as primeiras portas para as experiências mais densas desses sujeitos.

Acredita-se, dessa forma, que o trabalho com as Técnicas de Derivação possa e deva significar muito mais do que um espaço para resolução mecânica de exercícios. Esse é um espaço que pode fortalecer uma maior interação entre o sujeito e o objeto Derivada, em sua totalidade, e nesse sentido, deve ser explorado e ser desenvolvido em um processo integrado de construção do conhecimento.

Nesse sentido, Regras de Derivação, Conceito de Derivada e Aplicação da Derivada devem ser apresentados por meio de uma relação dialógica, através da qual, objetos se relacionam entre si, de forma integrada e coordenada.

Diante do exposto, aproveitar os diferentes caminhos de entrada e de passagem e explorar as várias possibilidades para a construção do conhecimento é recomendável. Admite-

se a provisoriamente de algumas marcas nesse processo, mas também a efetividade de algumas experiências.

### **Referências**

- AGUIAR, J. G., & CORREIA, P. R. M. (2013). COMO FAZER BONS MAPAS CONCEITUAIS? ESTABELECENDO PARÂMETROS DE REFERÊNCIA E PROPONDO ATIVIDADES DE TREINAMENTO. *Revista Brasileira De Pesquisa Em Educação E Ciência*, 13(2),141-157.
- BARDIN, L. (2009). *Análise de Conteúdo*. (5 ed.). Lisboa: Edições 70 LDA.
- BAUMAN, Z., & MAY, T. (2010). *Aprendendo a pensar com a Sociologia*. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed.
- CICUTO, C. A. T., & CORREIA, P. R. M. (2013). Estruturas hierárquicas inapropriadas ou limitadas em mapas conceituais: um ponto de partida para promover a aprendizagem significativa. *Aprendizagem Significativa em Revista*, Porto Alegre, 3(1), 1-11, Disponível em: [http://www.if.ufrgs.br/asr/artigos/Artigo\\_ID39/v3\\_n1\\_a2013.pdf](http://www.if.ufrgs.br/asr/artigos/Artigo_ID39/v3_n1_a2013.pdf)/ Consulta: 10 mar. 2014.
- GARZELLA, F. A. C. (2013). *A disciplina de Cálculo I: análise das relações entre as práticas pedagógicas do professor e seus impactos nos alunos*. (Tese de doutorado). Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, Brasil.
- JUNQUEIRA, S. M. S. (2014). *Experiências de Estudantes na construção do conhecimento de Derivada em aulas de Cálculo I*. (Tese de doutorado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil.
- JUNQUEIRA, S. M. S; MANRIQUE, A. L. (2012). As subjetividades no desenvolvimento de competências matemáticas do futuro educador matemático. Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática - SIPEMAT. *Anais...* Fortaleza: SIPEMAT.
- LARROSA, J. B. (1994). Tecnologias do eu e educação. In: SILVA, T. T. *O sujeito da educação*. (35-86). Petrópolis: Vozes.
- \_\_\_\_\_. (2002). Notas sobre a experiência e o saber de experiência. *Rev. Bras. Educ.*, (19), 20-28. Disponível em: [http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1413-24782002000100003&lng=en&nrm=iso/](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1413-24782002000100003&lng=en&nrm=iso/) Consulta: 17 mar. 2018.
- \_\_\_\_\_. (2011). Experiência e Alteridade em Educação. *Revista Reflexão e Ação*, 19(2), 4-27.
- MOREIRA, M. A.(2012). *Mapas Conceituais e Aprendizagem Significativa*. Porto Alegre: Instituto de Física-UFRGS. Disponível em: <https://www.if.ufrgs.br/~moreira/mapasport.pdf>/ Consulta: 15 mar. 2014.
- NOVAK, J. D. (2002). Meaningful learning: the essential factor for conceptual change in limited or inappropriate propositional hierarchies leading to empowerment of learners. *Science Education*, 86(4), 548-571.
- \_\_\_\_\_. (2010). *Learning, creating, and using knowledge: Concept Maps as facilitative tools in schools and corporations*. (NY): Routledge.

- NOVAK, J. D.; CAÑAS, A. J. (2010). A teoria subjacente aos mapas conceituais e como elaborá-los e usá-los. *Práxis Educativa*, 5(1), 9-29.
- REIS, F. S. (2001). *A Tensão entre Rigor e Intuição no Ensino de Cálculo e Análise: A Visão de Professores-Pesquisadores e Autores de Livros Didáticos*. (Tese de doutorado). Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, Brasil.
- REZENDE, W. M. (2003). *O Ensino de Cálculo: Dificuldades de Natureza Epistemológica*. (Tese de Doutorado). Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil.
- SILVA, B. A. (2011). Diferentes dimensões do ensino e aprendizagem do Cálculo. *Educ. Matem. Pesq.* 13(3), 393-413.
- VIEIRA, A. F. (2013). *Ensino de Cálculo Diferencial e Integral: das técnicas as humans-with-media*. (Tese de Doutorado). Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil.

**Agradecimento:** O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES); da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP) e da Universidade Federal do Pampa (UNIPAMPA).

**Autores:**

**Sonia Maria da Silva Junqueira.** Professora Adjunta III da Universidade Federal do Pampa (UNIPAMPA). Docente do curso de Matemática-Licenciatura. Docente Permanente no Programa de Pós-Graduação Mestrado Acadêmico em Ensino (MAE). Doutora em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP). É uma das líderes do grupo de pesquisa Educação Matemática no Pampa (EMPAMPA) e membro do grupo de pesquisa do curso de Educação Matemática da PUC-SP, "Professor de Matemática: formação, profissão, saberes e trabalho docente", cadastrado no CNPq. Mestre em Educação Matemática pela PUC-SP. [soniajunqueira@unipampa.edu.br](mailto:soniajunqueira@unipampa.edu.br)

**Ana Lúcia Manrique.** Possui graduação em Matemática pela Universidade de São Paulo (1987), mestrado em Ensino de Matemática (1994) e doutorado em Educação (Psicologia da Educação) (2003), ambos pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo e Pos-Doutorado no Programa de Pós-graduação em Educação da PUC/RJ (Pós-Doc Júnior CNPq) (2008). É professora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Atuou como pesquisadora no projeto aprovado no edital dos Institutos Nacionais de Ciência e Tecnologia do MCT/CNPq/FNDCT/CAPES/FAPEMIG/FAPERJ/FAPESP intitulado por "Instituto Nacional de Eletrônica Orgânica (INEO)". Pesquisa sobre os seguintes temas: Formação de professores que ensinam matemática, Formadores de professores, Saberes docente, Trabalho docente, Mapas conceituais, Cálculo Diferencial e Integral e Educação Inclusiva. [manrique@pucsp.br](mailto:manrique@pucsp.br)