

LOS GRÁFICOS DE BARRAS EN LOS LIBROS DE TEXTO DE EDUCACIÓN PRIMARIA EN PERÚ

Danilo Díaz–Levicoy

dddiaz01@hotmail.com

Universidad Católica del Maule, Chile

Miluska Osorio

miluselen@googlemail.com

Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas, Perú

Francisco Rodríguez-Alveal

frdriguez@ubiobio.cl

Universidad del Bío-Bío, Chile

Cristian Ferrada

adarref@correo.ugr.es

Universidad de Granada, España

Recibido: 22/02/2019 **Aceptado:** 18/04/2019

RESUMEN

En el presente trabajo analizamos las actividades en las que intervienen gráficos de barras en libros de texto de matemática de Educación Primaria en Perú. Para ello, realizamos un análisis de contenido en una muestra de tres series completas de libros de matemática (18 textos), estudiando el tipo de habilidad, el nivel de lectura demandado y el nivel de complejidad semiótica que intervienen en cada actividad. Los resultados muestran que los gráficos de barras están presentes en todos los niveles considerados de Educación Primaria, así como el predominio de la habilidad de interpretar, el nivel de lectura dos (leer dentro de los datos) y el nivel semiótico tres (representación de una distribución de frecuencias).

Palabras clave: gráficos de barras, libros de texto, Educación Primaria.

THE BAR GRAPHS IN TEXTBOOKS OF PRIMARY EDUCATION IN PERÚ

ABSTRACT

In the present investigation, we analyzed the activities where the bar graphs are included in the mathematics textbooks of Primary Education in Perú. Through content analysis, in a sample of three completed series of mathematics textbooks (18 books), we have studied the type of ability worked in that activity, the level of reading demanded and the level of semiotic complexity involved. The results show that the bar graphs are present in all the grades of Primary Education, as well as the predominance of the ability of interpreting, the reading level two (read within the data) and the level of complexity semiotic three (representation of a frequency distribution).

Keywords: bar graphs, textbooks, Primary Education.

INTRODUCCIÓN

En el último tiempo, la estadística, producto de los avances sociales y tecnológicos, se ha consolidado como un área de interés transversal, por su presencia social y profesional (Evangelista y Guimarães, 2013). Con ello, las personas exigen un acceso a la información de

forma rápida y organizada (Cabral dos Santos y Selva, 2011), donde la estadística y sus diferentes elementos son fundamentales para analizar, realizar predicciones y tomar decisiones (Corbalán y Sanz, 2012; May, 2009; Monroy, 2007; Rodríguez-Alveal y Sandoval, 2012). Pero, el uso de elementos estadísticos, para la organización y análisis de datos, no es nuevo; los Estados los han utilizado para recoger información relativa a diferentes ámbitos (político, social, económico, etc.), siendo estos, necesarios para la toma adecuada de decisiones (Cazorla y Utsumi, 2010).

Uno de los elementos para resumir estos datos son los gráficos estadísticos, los que aparecen comúnmente en los medios de comunicación escritos y digitales (e.g., Arteaga, Batanero, Cañadas y Contreras, 2011; Cabral dos Santos y Selva, 2011; Eudave, 2009; Evangelista y Guimarães, 2013), destacando, entre ellos, los gráficos de barras (Cavalcanti y Natrielli, Guimarães, 2010). Dada la relevancia de estas representaciones, es que forman parte de la *cultura estadística* (Arteaga et al., 2011; Cazorla y Utsumi, 2010; Lopes, 2004. Watson, 2013), concepto asociado a la importancia de comprender la información de tipo estadística que aparece en forma de texto escrito u oral, números, símbolos, tablas y gráficos en diferentes contextos de la vida cotidiana. Además, por consecuencia, son parte del *sentido estadístico*, entendido como la unión de la *cultura estadística* y el *razonamiento estadístico* (Batanero, Díaz, Contreras y Roa, 2013).

De acuerdo a estas consideraciones, y dada la relevancia de los libros de texto en el proceso de enseñanza y aprendizaje (Braga y Bolver, 2016; Díaz-Levicoy, Giacomone y Arteaga, 2017; León, 2006; MINEDUC, 2008; Ortiz, 2002; Rodríguez, 2007; Shield, Dole y 2013; Silva, 1996), el presente estudio plantea por objetivo *analizar las actividades sobre los gráficos de barras en los libros de texto de matemática para la Educación Primaria en Perú*. Complementando estudios previos (e.g., Díaz-Levicoy, Osorio, Arteaga y Rodríguez-Alveal, 2018; Osorio y Díaz-Levicoy, 2018; Osorio, Díaz-Levicoy y García-García, 2019).

Este trabajo, como se muestra a continuación, ha sido estructurado de acuerdo a los siguientes apartados: en la Sección 2 se describen los fundamentos de nuestra investigación, en la Sección 3 detallamos los estudios previos sobre los gráficos estadísticos en libros de texto, a modo de antecedentes, en la Sección 4 se detallan los aspectos metodológicos del estudio, en la Sección 5 se entregan los principales resultados obtenidos y, en la Sección 6, finalizamos con las conclusiones.

FUNDAMENTOS

Gráfico de barras

Según el Instituto Nacional de Estadística e Informática del Perú (INEI, 2006), un gráfico de barras se utiliza “para representar la distribución de frecuencias de una variable cualitativa y cuantitativa discreta” (p. 20).Arteaga (2011) agrega, sobre esta representación, que se pueden graficar “incluso variables continuas, si han sido discretizadas y diferentes intervalos de valores se han transformado en categorías” (p. 8).

En este gráfico, los datos o frecuencias son representados mediante rectángulos de igual base (lado que se ubica sobre el eje de las categorías o conceptos). El INEI (2009, p. 26) indica que para su construcción se debe considerar que:

- El ancho de la barra debe ser uniforme para todas las barras del diagrama.
- La longitud de la barra debe ser proporcional a la cantidad que representa.
- El espacio de separación entre barras por cada concepto debe ser constante.
- Las barras en estos gráficos pueden disponerse vertical u horizontalmente.

Nivel de lectura

La lectura de gráficos estadísticos, que es parte de la comprensión gráfica, ha sido un tema de interés para diferentes investigadores. Situación que se ha visto confirmada por el aumento de las publicaciones sobre esta temática (e.g., Arteaga, Batanero y Contreras, 2011; Arteaga, Díaz-Levicoy y Batanero, 2018). En este sentido, Curcio y cols. (Curcio, 1989; Friel, Curcio y Bright, 2001) proponen una clasificación o taxonomía para describir la dificultad requerida para leer la información resumida en una representación gráfica. Los niveles de lectura que caracterizan estos autores son:

- *Leer los datos.* Conlleva la lectura literal de algún dato o información representada en el gráfico estadístico, es decir, no se realiza una interpretación de la información contenida en el gráfico estadístico ni cálculos. Por ejemplo, en este caso, leer una categoría en el gráfico de barras si se entrega una frecuencia.
- *Leer dentro de los datos.* Consiste en obtener valor a partir de los datos o información que se proporciona en el gráfico de barras, mediante la aplicación de procedimientos matemáticos sencillos (adiciones, comparaciones, etc.). Por ejemplo, si a través de un gráfico se muestran las frecuencias de las edades de una clase y se pide calcular la

media de sus edades.

- *Leer más allá de los datos.* Implica identificar tendencias, hacer inferencias y predicciones de valores a partir de los datos o información presente en el gráfico, lo que va más allá de realizar cálculos y/o comparaciones, de acuerdo al contexto entregado en el problema. Por ejemplo, se puede estimar las ganancias de las ventas de una empresa para el próximo año, de acuerdo a las ganancias de los 10 últimos años que se han registrado en un gráfico de barras.
- *Leer detrás de los datos.* Es el nivel más alto y consiste en la valoración crítica de la información y los datos, la forma de recolección, la pertinencia del tipo de gráfico o de las conclusiones obtenidas. Por ejemplo, analizar las conclusiones y la calidad de la construcción en un gráfico de barras con una escala modificada intencionalmente.

Nivel de complejidad semiótica

La construcción de gráficos estadísticos, igual que la lectura, es considerada una actividad semiótica más o menos compleja, dependiendo de los objetivos matemáticos y estadísticos que intervienen en ella. En este sentido, y dado que el proceso no es equivalente en todos los tipos de gráficos estadísticos, Arteaga y cols. (Arteaga, 2011; Batanero, Arteaga y Ruiz, 2010) proponen cuatro niveles de complejidad semiótica:

- *Representación de datos individuales.* Consiste en la representación de datos aislados, un dato o una porción de ellos, sin que se calculen las frecuencias cuando un dato se repite. En este nivel, no se emplea la idea de variable ni de distribución.
- *Representación de un conjunto de datos, sin llegar a resumir su distribución.* Es la representación de un listado de datos, uno a uno, sin agrupar los iguales y establecer sus frecuencias respectivas. En este nivel, no se emplean las ideas de frecuencia, pero sí la de variable. Por ejemplo, se construyen 25 barras, donde cada una representa la edad de un compañero de clase.
- *Representación de una distribución de datos.* Es la representación de un conjunto de datos, previa agrupación de los que tienen igual valor y calculando las frecuencias respectivas. En este nivel, se trabaja la idea de frecuencia y distribución. Por ejemplo, en este nivel, los estudiantes son capaces de calcular, y luego graficar, la cantidad (frecuencia) de estudiantes que tienen la misma edad.

- *Representación de varias distribuciones sobre un mismo gráfico.* Corresponde a la representación de dos o más distribuciones de frecuencias en el mismo gráfico estadístico. Es decir, si los estudiantes tienen que graficar las edades de su clase, serían capaces de separar la frecuencia de las edades por sexo.

Gráficos en las directrices curriculares de Educación Primaria en Perú

En Perú, siguiendo tendencias internacionales, se promueve la enseñanza de los gráficos estadísticos en la Educación Primaria. De esta forma, se ve reflejado en el *Diseño Curricular Nacional de Educación Básica Regular* (MINEDU, 2009) y el *Programa curricular de Educación Primaria* (MINEDU, 2016), este último en un proceso paulatino de implementación. En el primer caso, el eje de Estadística busca que los estudiantes puedan “comprender elementos de estadística para el recojo y organización de datos, y para la representación e interpretación de tablas y gráficos estadísticas” (MINEDU, 2009, p. 188). Respecto al trabajo con los gráficos de barras, se espera que los estudiantes logren desarrollar las siguientes capacidades (MINEDU, 2009):

- *Segundo.* Interpreta y representa relaciones entre datos numéricos en gráfico de barras en cuadrículas (p. 194).
- *Tercero.* Interpreta y representa información numérica en tablas de doble entrada, gráfico de barras y pictogramas (p. 196).
- *Cuarto.* Interpreta y elabora tablas de doble entrada, gráfico de barras, de líneas y pictogramas, con relación a situaciones cotidianas (p. 199).
- *Quinto.* Interpreta y argumenta información que relaciona variables presentadas en gráficos de barras, poligonales y circulares. Resuelve problemas que implican la organización de variables en tablas y gráficos estadísticas (p. 202).
- *Sexto.* Interpreta y establece relaciones causales que argumenta a partir de información presentada en tablas y gráficos estadísticos (p. 204).

ANTECEDENTES

El libro de texto es considerado uno de los principales recursos pedagógicos en el desarrollo del proceso de instrucción, tanto a nivel general como en matemática, y corresponde a un nivel de transposición didáctica (Chevallard, 1991). Este recurso debe permitir la implementación en el aula de las directrices curriculares (Cantoral, Montiel y

Reyes-Gasperini, 2015; Shield y Dole, 2013), contribuyendo a su éxito o fracaso. Para Escolano (2009) el libro de texto es “un soporte curricular, a través del cual se vehicula el conocimiento academizado que las instituciones educativas han de transmitir” (p. 172), que contribuye a la equidad y enriquecimiento cultural de los estudiantes más vulnerables (MINEDUC, 2008). Además, se considera un elemento estable en la escuela, que se ha ido adaptando a los avances de la tecnología (Braga y Belver, 2016; Rodríguez, 2007).

La literatura muestra diversos estudios que centran su interés en los gráficos estadísticos en libros de texto. En lo que sigue, describimos algunos de ellos.

Guimarães, Gitirana, Cavalcanti y Marques (2008) estudian los gráficos estadísticos y tablas, incluyendo las no estadísticas, en libros de texto de matemática de 1º a 4º de Educación Primaria en Brasil. Entre los resultados se muestran que la mayoría de las actividades involucran la representación tabular. Respecto a los gráficos estadísticos, se observa un predominio del gráfico de barras y de las actividades de *lectura e interpretación*.

Díaz-Levicoy, Batanero, Arteaga y Gea (2016) analizaron los gráficos estadísticos en libros de texto de matemática para la Educación Primaria en España y Chile. Los resultados muestran que las actividades más frecuentes son *leer* (textos españoles) y *calcular* (textos chilenos); el predominio del gráfico de barras, nivel de lectura 2 (*leer dentro de los datos*) y del nivel semiótico de complejidad semiótica 3 (*representación de una distribución de datos*) en los libros de texto de ambos países. Este trabajo se amplía con el estudio de los potenciales conflictos semióticos en los gráficos de los libros de texto chilenos de matemática para la Educación Primaria en (Arteaga y Díaz-Levicoy, 2016). Estas mismas unidades de análisis se utilizaron para estudiar las actividades sobre gráficos estadísticos en textos de Educación Primaria en Argentina (Díaz-Levicoy et al, 2017). Los resultados arrojan como más frecuente: el gráfico de barras, el nivel de lectura 2 (*leer dentro de los datos*), nivel semiótico 2 (*representación de un listado de datos, sin resumir en una distribución*) y la actividad de *calcular*.

Jiménez-Castro (2017) analiza las actividades sobre gráficos en una muestra de dos series completas de libros de texto de matemática para la Educación Primaria en Costa Rica. Los resultados de su estudio muestran el predominio de: el gráfico de barras, el nivel de lectura 2 (*leer dentro de los datos*), el nivel de complejidad semiótica 3 (*representación de una distribución de datos*), las tareas de *leer* y *calcular*, entre otros.

Salcedo (2016) estudia estas representaciones en los libros de texto de matemática para Educación Primaria en Venezuela y Guatemala. Entre los resultados se observa: el predominio del gráfico de barras, en los textos de ambos países, y las actividades de *lectura* (textos de Guatemala) e *interpretación* (texto de Venezuela).

Valentín (2015) indaga sobre la organización praxeológica en el libro de matemática para el 3° de Educación Primaria en Perú. Los resultados arrojan diferentes tipos de tareas sobre gráficos estadísticos, entre ellas: construir un gráfico de barras, leer información en un gráfico de barras, leer información en tablas, completar el gráfico de barras, completar la tabla, completar el gráfico y la tabla, entre otras.

Estos trabajos centran su interés en los diferentes gráficos que describen las directrices curriculares y no en uno en concreto. De igual forma, la literatura muestra esfuerzos de algunos investigadores para abordar un gráfico en concreto, como el de barras (e.g., Díaz-Levicoy, Batanero y Arteaga, 2018; Guimarães, 2002; Selva, 2003), aunque no en libros de texto; por lo cual, este trabajo, entregaría información relevante de una representación ampliamente utilizada en diferentes contextos de la vida cotidiana.

METODOLOGÍA

Este trabajo sigue una metodología cualitativa (Pérez-Serrano, 1994), basado en el análisis de contenido (Cohen, Manion y Morrison, 2011), en una muestra de 18 libros de texto de matemática para la Educación Primaria en Perú, que corresponden a tres series completas de editoriales de tradición y prestigio. El listado de libros de texto se detalla en el Anexo. En cada texto analizamos las actividades en que se hace referencia a un gráfico de barras para observar las siguientes unidades de análisis:

- *Habilidad explorada*. Relacionada con las tareas que deben realizar los estudiantes. Estas se describen en el apartado de resultados y son: 1) construir; 2) completar; 3) interpretar; y 4) transformar. Esta unidad de análisis se han utilizado en investigaciones previas sobre tablas estadísticas (Amorim y Silva, 2016; Díaz-Levicoy, Vásquez y Molina-Portillo, 2018; Evangelista y Guimarães, 2017).
- *Niveles de lectura*. Considerando los descritos por Curcio y cols. (Curcio, 1989; Friel et al., 2001) y utilizados en investigaciones previas (e.g., Díaz-Levicoy et al., 2016, 2017).
- *Niveles de complejidad semiótica*. Considerando los descritos por Arteaga y cols.

(Arteaga, 2011; Batanero et al., 2010) y utilizados en investigaciones previas (e.g., Díaz-Levicoy et al., 2016, 2017).

En el siguiente apartado, de resultados, entregaremos mayores detalles de estas unidades de análisis, sus categorías, así como ejemplos para ilustrar de mejor forma lo realizado.

RESULTADOS

En la tabla 1 se resumen las actividades analizadas en los libros de texto en estudio, por nivel educativo y editorial, totalizando 139. El número de actividades son similares entre las tres editoriales, se destaca el mayor número en 4° (28,8%) y 6° (20,9%) curso; siendo las editoriales Santillana y Bruño las cuales tienen un mayor porcentaje de secciones analizadas en estos dos cursos, respectivamente. Mientras que, en los libros editados para el MINEDU son los que suman la mayor porción de actividades (54 de 139). Se observa que cada editorial hace una representación particular de las directrices curriculares, en cuanto al trabajo con el gráfico de barras, ya que cada una, dedica una porción diferente al trabajo por curso.

Por otro lado, la menor cantidad de actividades se observa en el 2° curso de Bruño (2,1%) y MINEDU (7,4%) y en 1° de Santillana (2,6%); aunque las directrices curriculares establecen el trabajo con el gráfico de barras a partir del 2° curso, se observa que la diferencia es baja en los niveles superiores, lo que dificulta el desarrollo de una adecuada comprensión sobre este tipo de gráfico.

Tabla 1. *Frecuencia (y porcentaje) de actividades analizadas por nivel educativo y editorial*

Nivel educativo	Bruño	Santillana	MINEDU	Total
1°	9(19,1)	1(2,6)	8(14,8)	18(12,9)
2°	1(2,1)	5(13,2)	4(7,4)	10(7,2)
3°	9(19,1)	5(13,2)	11(20,4)	25(18)
4°	12(25,5)	15(39,5)	13(24,1)	40(28,8)
5°	3(6,4)	5(13,2)	9(16,7)	17(12,2)
6°	13(27,7)	7(18,4)	9(16,7)	29(20,9)
Total	47(100)	38(100)	54(100)	139(100)

Habilidad explorada

Las habilidades son tareas que se piden al estudiante llevar a cabo. En este estudio, adaptamos las utilizadas en estudios previos sobre tablas estadísticas (Amorim y Silva, 2016; Díaz-Levicoy, Vásquez et al., 2018; Evangelista y Guimarães, 2017), las que describimos y ejemplificamos a continuación:

Construir. Consiste en la elaboración de un gráfico de barras a partir de datos recolectados mediante preguntas elaboradas por los propios estudiantes sobre un tema o con datos agrupados en una tabla (de datos, frecuencia o doble entrada). Mediante esta habilidad, el estudiante recurre a los elementos geométricos y numéricos para el desarrollo de la tarea. Un ejemplo de esta habilidad la encontramos en la Figura 1, donde se pide la elaboración del gráfico de barras a partir del número de personas que prefieren un determinado tipo de libro.

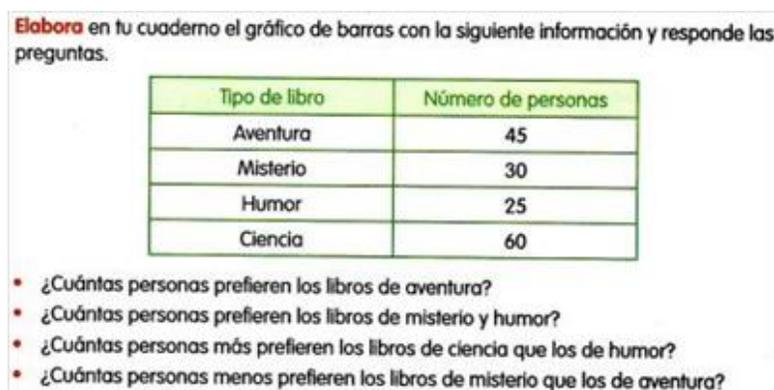


Figura 1. Habilidad de *construir* (T11, p. 67)

Completar. Consiste en construir la(s) barra(s) faltante(s) de un gráfico con datos proporcionados en una tabla (simple o doble entrada) o sin agrupar. En la Figura 2 se ejemplifica esta habilidad, donde se tiene como base los ejes del gráfico y se pide terminar su construcción a partir de la cantidad de frutas que comió cada niño en una semana.



Figura 2. Habilidad de *completar* (T2, p. 124)

Interpretar. Resume una variedad de actividades como: leer datos, calcular, comparar valores, argumentar, detallar procedimientos, describir procesos, justificar puntos de vista, obtener conclusiones, identificar errores u omisiones en el gráfico, justificar la idoneidad de

un gráfico o exponer diferencias entre gráficos. Permite al estudiante integrar su pensamiento reflexivo en su actuar cotidiano, para llegar a entender la razón de algo y justificarlo. En la Figura 3 se ejemplifica esta habilidad, donde el estudiante tiene que dar una explicación de qué clase de animales están en peligro de extinción, a partir de los datos del gráfico.

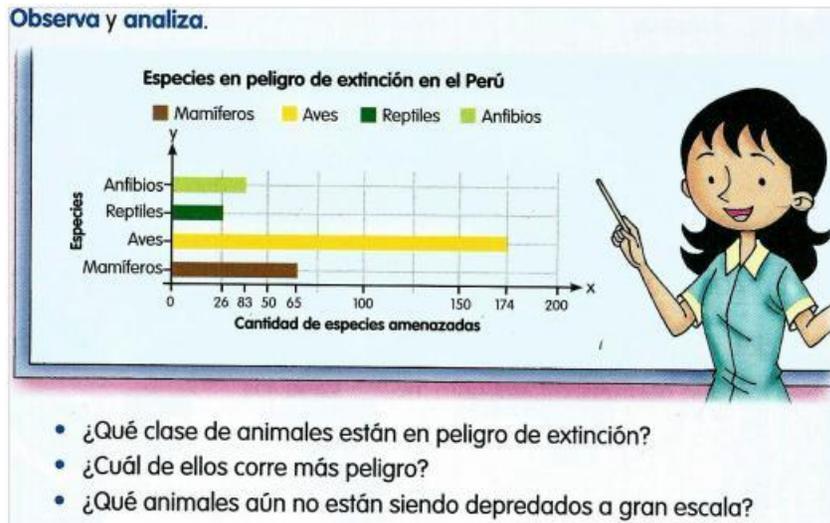


Figura 3. Habilidad de interpretar (T10, p. 90)

Transformar. Consiste en el cambio de representación, de un gráfico de barras a una tabla o a otro tipo de gráfico estadístico. Es una habilidad que se puede considerar compleja, porque implica el dominio de los convenios de lectura y construcción de ambas representaciones. Esta habilidad es importante porque permite la decodificación de una representación para transitar a otra (transnumeración). Como ejemplo de esta habilidad, la Figura 4 pide completar una tabla a partir de la lectura de los datos de un gráfico de barras doble.

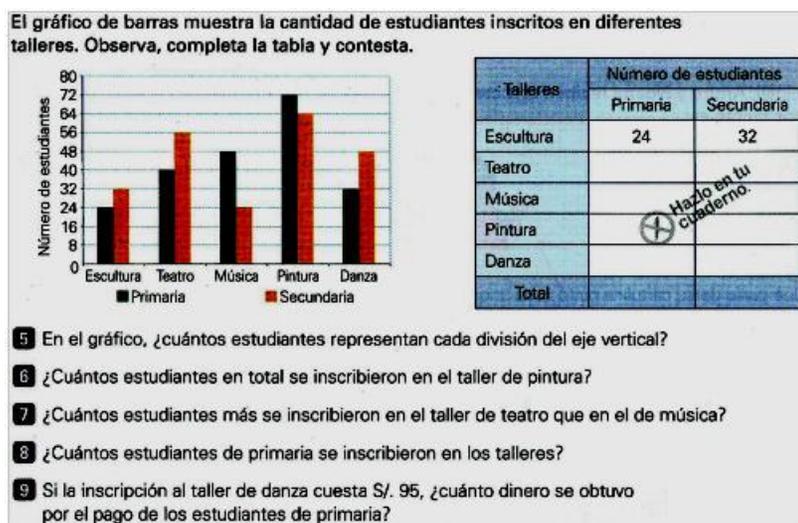


Figura 4. Habilidad de transformar (T5, p. 99)

En la Tabla 2 se resume el tipo de habilidades propuestas sobre gráficos de barras en los libros de texto en estudio. Las más frecuentes son las de *interpretar* (82,7%), donde el estudiante debe poner atención en los diferentes elementos del gráfico de barras para desarrollar la lectura y *construir* (30,9%), que exige el dominio de elementos numéricos, geométricos y estadísticos para la elaboración de un gráfico de barras. Con menos frecuencias, encontramos las habilidades de *transformar* (10,8%) y *completar* (8,6%). La habilidad de *completar* nos parece fundamental en los primeros años de Educación Primaria, previa a la de construcción, porque permite trabajar los elementos estructurales del gráfico de barras; pero se encuentra ausente en 5° y 6° curso, lo cual dificulta afianzar la habilidad en los cursos superiores. Finalmente, la habilidad de *transformar* la consideramos compleja, ya que requiere la comprensión de las dos representaciones que intervienen (gráfico de barras y tablas estadísticas), además que le permiten ver la flexibilidad de cada representación; ésta habilidad no está presente en el 6° curso.

Tabla 2. Porcentaje de habilidad explorada por nivel educativo

Habilidad explorada	1° (n=18)	2° (n=10)	3° (n=25)	4° (n=40)	5° (n=17)	6° (n=29)	Total (n=139)
Construir	10(55,6)	2(20)	3(12)	7(17,5)	8(47,1)	13(44,8)	43(30,9)
Completar	3(16,7)	3(30)	4(16)	2(5)			12(8,6)
Interpretar	8(44,4)	8(80)	20(80)	35(87,5)	16(94,1)	28(96,6)	115(82,7)
Transformar	1(5,6)	2(20)	5(20)	5(12,5)	2(11,8)		15(10,8)

Niveles de lectura

En segundo lugar, se analizan los niveles de lectura de los gráficos de barras en los libros de texto en estudio según las definiciones de Curcio y cols. (Curcio, 1989; Friel et al., 2001):

Leer los datos. Es el nivel más elemental y está asociado a una lectura directa. Un ejemplo lo vemos en la Figura 5, donde mediante una lectura directa de las frecuencias (cantidad) en una tabla de conteo se elabora el gráfico de barras.

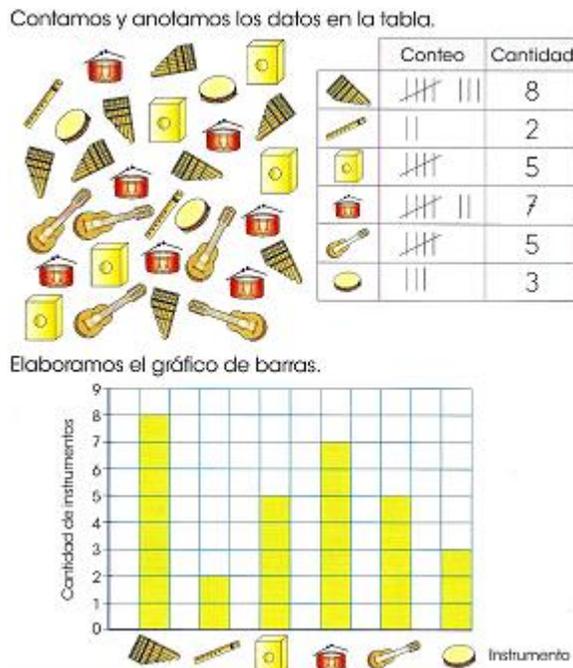


Figura 5. Nivel leer los datos (T1, p. 44)

Leer dentro de los datos. Este nivel conlleva el desarrollo de operaciones aritméticas sencillas, basadas en una lectura literal. Por ejemplo, en la Figura 4 se plantean actividades que exigen calcular el total de estudiantes que se inscribieron en el taller de pintura, cuántos más se inscribieron en el taller de teatro que en el de música, el total de inscritos en primaria o lo que se obtendría con el pago de matrícula de los inscritos en danza.

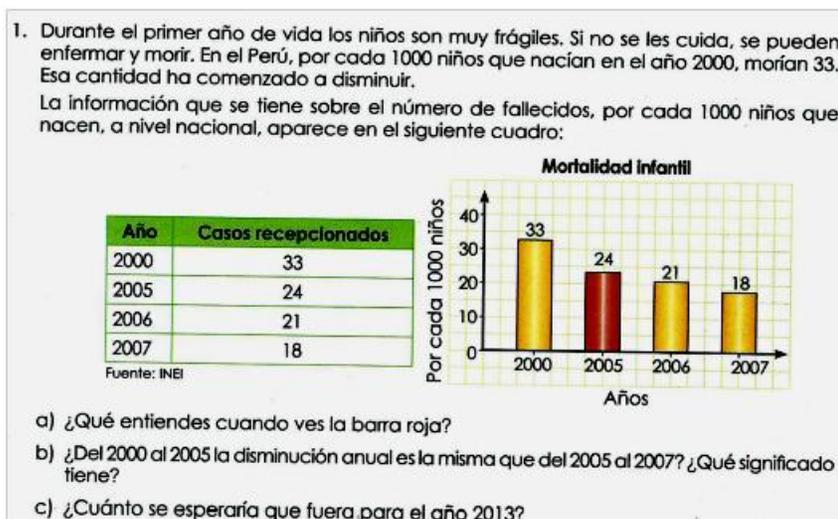


Figura 6. Nivel leer más allá de los datos (T18, p. 180)

Leer más allá de los datos. El único ejemplo de este nivel, encontrado en los libros de texto analizados, es el mostrado en la Figura 6, pregunta c), donde el estudiante debe deducir una nueva información en base a los datos del gráfico y determinar el número de fallecidos para el año 2013. Este nivel de lectura exige un conocimiento de las propiedades del gráfico para inferir el valor pedido más allá de los valores representados y, por otro lado, el conocimiento del contexto sociocultural para la autoevaluación de la evidencia.

Leer detrás de los datos. Este último nivel se ejemplifica en la Figura 7. A través de la evaluación y valoración crítica del gráfico, el estudiante tiene que hacer una lectura comprensiva de la situación, que va más allá de la lectura de los datos, para ver lo que hay al otro lado de la información proporcionada, y dar la razón por la que el lunes llegan tarde los estudiantes del colegio.

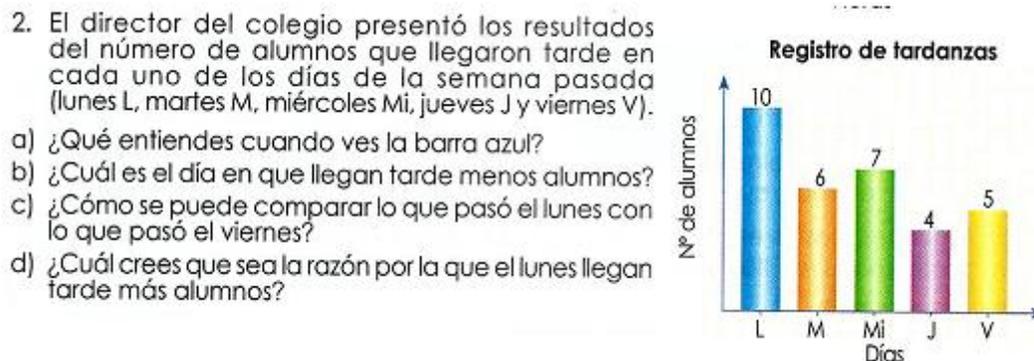


Figura 7. Nivel detrás de los datos (T17, p. 206)

En la Tabla 3 se resume el nivel de lectura por nivel educativo, siendo el nivel 2 el más preponderante (*leer dentro de los datos*), observado en el 77% de las actividades analizadas. En segundo lugar, el nivel de lectura 1 (*leer los datos*) en un 18,7%, de las actividades. Ambos niveles de lectura se observan en todos los cursos, pero no en todos los libros analizados (por ejemplo, en segundo curso sólo se observa una actividad de nivel 1, que corresponde a un solo texto (editado para el MINEDU).

En menor medida se observan los niveles 3 (*leer más allá de los datos*) y 4 (*leer detrás de los datos*), en los cursos finales y, en conjunto, no superan un 5% de las actividades. Estos dos niveles solo se trabajan en los libros de 5° y 6° curso editados para el MINEDU. Por lo que no se estaría logrando el desarrollo de estos cuatro niveles de lectura por las otras dos editoriales en estudio.

Tabla 3. *Frecuencia (y porcentaje) de nivel de lectura por nivel educativo*

Nivel de lectura	1°	2°	3°	4°	5°	6°	Total
1	10(55,6)	1(10)	3(12)	5(12,5)	3(17,6)	4(13,8)	26(18,7)
2	8(44,4)	9(90)	22(88)	35(87,5)	12(70,6)	21(72,4)	107(77)
3						1(3,4)	1(0,7)
4					2(11,8)	3(10,3)	5(3,6)
Total	18(100)	10(100)	25(100)	40(100)	17(100)	29(100)	139(100)

Niveles de complejidad semiótica

En este apartado se describen los niveles de complejidad semiótica asociados a la construcción de un gráfico de barras, según la taxonomía de Arteaga y cols. (Arteaga, 2011; Batanero et al., 2010)

Representación de un conjunto de datos, sin llegar a resumir su distribución. Este nivel se ejemplifica en la Figura 8, donde se representa el puntaje obtenido por cada uno de los cuatro jugadores, esta representación no conlleva la agrupación de datos iguales ni al cálculo de las frecuencias respectivas.

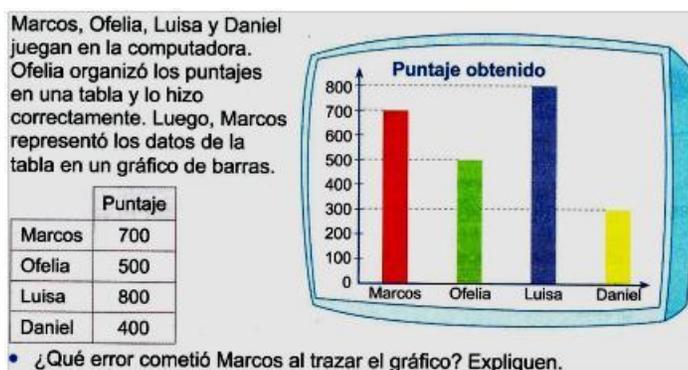


Figura 8. Nivel representación de un conjunto de datos (T16, p. 87)

Representación de una distribución de datos. Este nivel semiótico se ejemplifica en la Figura 5 donde cada barra representa la frecuencia, la cual es obtenida de la agrupación y posterior recuento de las imágenes iguales (que representa un mismo instrumento musical).

Representación de varias distribuciones sobre un mismo gráfico. Un ejemplo de este nivel se muestra en la Figura 4, donde observamos un gráfico de barras dobles en el que se representa la cantidad de estudiantes inscritos en diferentes talleres y estableciendo dos distribuciones: uno para el nivel primario y otro para el nivel secundario.

En general, de acuerdo a la Tabla 4, observamos un predominio del nivel semiótico 3 (*representación de una distribución de datos*) (74,1%), donde se representan los datos agrupados en las frecuencias, y es el único nivel que se observa en todos los cursos. Le siguen los niveles 4 (*representación de varias distribuciones sobre un mismo gráfico*) (17,3%) y 2 (*representación de un conjunto de datos, sin llegar a resumir su distribución*) (8,6%), estos niveles no se observan en todos los cursos. Se observa que hay una actividad con el nivel semiótico 4 en primer curso, sin un trabajo previo de los niveles anteriores, que es retomado en el cuarto curso.

Tabla 4. Frecuencia y (porcentaje) de nivel semiótico por nivel educativo

Nivel semiótico	1°	2°	3°	4°	5°	6°	Total
2		2(20)	3(12)	5(12,5)	2(11,8)		12(8,6)
3	17(94,4)	8(80)	22(88)	28(70)	9(52,9)	19(65,5)	103(74,1)
4	1(5,6)			7(17,5)	6(35,3)	10(34,5)	24(17,3)
Total	18(100)	10(100)	25(100)	40(100)	17(100)	29(100)	139(100)

CONCLUSIÓN

Dada la relevancia que tienen los gráficos de barras en diferentes situaciones de la vida cotidiana, es que nos interesa analizar las características de las actividades que se sugieren

sobre estas representaciones en libros de texto. Con ello, además, analizamos la implementación de las directrices curriculares del MINEDU y nos permite aproximarnos a lo que se trabaja en las aulas.

Los resultados muestran, en primer lugar, que se observa el trabajo con gráficos de barras desde el primer curso de Educación Primaria, aunque las directrices curriculares especifican su trabajo desde el segundo curso ((MINEDU, 2009). De acuerdo con Watson (2013), esta es una representación adecuada para trabajar en edades tempranas.

La primera unidad de análisis está asociada a las habilidades exigidas en las actividades sobre gráficos de barras. Los resultados muestran el predominio de la habilidad de *interpretar* –donde se debe considerar y relacionar elementos del gráfico de barras para realizar una lectura de la información allí representada–. Esto coincide con los resultados obtenidos en investigaciones previas relacionadas con tablas estadísticas, donde esta habilidad está entre las más frecuentes (Amorim y Silva, 2016; Díaz-Levicoy, Vásquez et al., 2018; Evangelista y Guimarães, 2017).

Las habilidades de *completar* (8,6%) y *transformar* (10,8%), la primera es indispensable para manejar los convenios de construcción de los gráficos de barra y la segunda conlleva la interacción con otras representaciones, por lo que es necesario aumentar su presencia.

Respecto al nivel de lectura, hay un predominio del nivel 2 (*leer dentro de los datos*), es decir, que la mayoría de las actividades en que interviene un gráfico de barras conlleva a aplicación de operaciones aritméticas, comparación de valores o procesos matemáticos simples. Este resultado coincide con lo observado en estudios sobre gráficos estadísticos en Argentina (Díaz-Levicoy et al., 2017), Chile y España (Díaz-Levicoy et al., 2016) y Costa Rica (Jiménez-Castro, 2017). Además, se observa una escasa presencia de los niveles de lectura 3 (*leer más allá de los datos*) y 4 (*leer detrás de los datos*), los que trabajan en los últimos dos cursos y no en todos los libros de texto analizados (por la baja cantidad). Por ello, es necesario incluir un mayor número de actividades, especialmente por estar presente en todos los cursos, que pueda garantizar un desarrollo adecuado de una cultura estadística.

Respecto a los niveles de complejidad semiótica, los resultados evidencian que en los libros de texto se proponen, mayoritariamente, un trabajo de los gráficos de barras donde interviene el concepto de distribución univariada, frecuencia y variable estadística; que

corresponde al nivel de complejidad semiótica 3 (*representación de una distribución de datos*), lo que contribuye al estudio de las tendencias o patrones en el comportamiento de los datos, competencia establecida por el MINEDU (2009, 2016). Estos resultados coinciden con los obtenidos en los libros de texto en España y Chile (Díaz-Levicoy et al., 2016) y Costa Rica (Jiménez-Castro, 2017). Los niveles semióticos de los gráficos de barras no siguen un trabajo progresivo, por ejemplo, en el primer curso se trabajan los niveles 3 y 4, mientras que en el segundo y tercer curso los niveles 2 y 3. De acuerdo con estos resultados, creemos necesario que la introducción de estos niveles sea progresiva, para que los estudiantes asimilen y pongan en práctica los diferentes elementos que conlleva cada nivel.

Finalmente, ante la importancia del gráfico de barras en su papel de representar la realidad circundante, y mediante el cual el individuo adopta una postura crítica frente a la situación, es relevante continuar con este tipo de investigaciones, indagando sobre este tipo de representación y otras variables (contextos, forma de trabajo, variable, evaluación). Además, se pueden replicar en otros niveles educativos o países.

REFERENCIAS

- Amorim, N. D. & Silva, R. L. (2016). Apresentação e utilização de tabelas em livros didáticos de matemática do 4º e 5º anos do ensino fundamental. *EM TEIA. Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*, 7(1), 1-21.
- Arteaga, P. (2011). *Evaluación de conocimientos sobre gráficos estadísticos y conocimientos didácticos de futuros profesores* (Tesis Doctoral). Universidad de Granada, España.
- Arteaga, P., Díaz-Levicoy, D. & Batanero, C. (2018). Investigaciones sobre gráficos estadísticos en Educación Primaria: revisión de la literatura. *Revista Digital Matemática, Educación e Internet*, 18(1), 1-12.
- Arteaga, P., Batanero, C., Cañadas, G. & Contreras, J. M. (2011). Las tablas y gráficos estadísticos como objetos culturales. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 76, 55-67.
- Arteaga, P., Batanero, C. & Contreras, J. M. (2011). Gráficos estadísticos en la educación primaria y la formación de profesores. *Indivisa. Boletín de Estudios e Investigación*, 12, 123-135.
- Arteaga, P. & Díaz-Levicoy, D. (2016). Conflictos semióticos sobre gráficos estadísticos en libros de texto de Educación Primaria. *Educação e Fronteiras On-Line*, 6(17), 81-96.
- Batanero, C., Arteaga, P. & Ruiz, B. (2010). Análisis de la complejidad semiótica de los gráficos producidos por futuros profesores de educación primaria en una tarea de comparación de dos variables estadísticas. *Enseñanza de las Ciencias*, 28(1), 141-154.
- Batanero, C., Díaz, C., Contreras, J. M. & Roa, R. (2013). El sentido estadístico y su desarrollo. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 83, 7-18.

- Braga, G. & Belver, J. L. (2016). El análisis de libros de texto: una estrategia metodológica en la formación de los profesionales de la educación. *Revista Complutense de Educación*, 27(1), 199-218.
- Cabral dos Santos, K. B. & Selva, A. C. V. (2011). Interpretação de gráficos: explorando a concepção de professores. En R. Borba, C. Monteiro & A. Ruiz (Eds.), *Anais da XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática* (pp. 1-13). Recife: Universidad Federal de Pernambuco.
- Cantoral, R., Montiel, G. & Reyes-Gasperini, D. (2015). Análisis del discurso Matemático Escolar en los libros de texto, una mirada desde la Teoría Socioepistemológica. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 8, 9-28.
- Cavalcanti, M., Natrielli, K. & Guimarães, G. (2010) Gráficos na mídia impressa. *BOLEMA. Boletim de Educação Matemática*, 23(36), 733-751.
- Cazorla, I. & Utsumi, M. C. (2010). Reflexões sobre o ensino de estatística na educação básica. En I. Cazorla y E. Santana (Eds.), *Do tratamento da informação ao letramento estatístico* (pp. 9-18). Itabuna: Via Litterarum.
- Chevallard, Y. (1991). *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*. Buenos Aires: Aique.
- Cohen, L., Manion, L. & Morrison, K. (2011). *Research methods in education*. Londres: Routledge.
- Corbalán, F. & Sanz, G. (2012). La estadística. *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 59, 5-8.
- Curcio, F. R. (1989). *Developing graph comprehension*. Reston, V.A.: National Council of Teachers of Mathematics.
- Díaz-Levicoy, D., Batanero, C. & Arteaga, P. (2018). Dificultades de los estudiantes chilenos de Educación Básica en la construcción de diagramas de barras. *Paradigma*, 39(2), 107-129.
- Díaz-Levicoy, D., Batanero, C., Arteaga, P. & Gea, M. M. (2016). Gráficos estadísticos en libros de texto de primaria: Un estudio comparativo entre España y Chile. *BOLEMA. Boletim de Educação Matemática*, 30(55), 713-737.
- Díaz-Levicoy, D., Giacomone, B. & Arteaga, P. (2017). Caracterización de los gráficos estadísticos en libros de texto argentinos del segundo ciclo de Educación Primaria. *Profesorado. Revista de Currículum y Formación del Profesorado*, 21(3), 299-326.
- Díaz-Levicoy, D., Osorio, M., Arteaga, P. & Rodríguez-Alveal, F. (2018). Gráficos estadísticos en libros de texto de matemática de Educación Primaria en Perú. *BOLEMA. Boletim de Educação Matemática*, 32(61), 503-525.
- Díaz-Levicoy, D., Vásquez, C. & Molina-Portillo, E. (2018). Estudio exploratorio sobre tablas estadísticas en libros de texto de tercer año de Educación Primaria. *TANGRAM. Revista de Educação Matemática*, 1(2), 18-39.
- Escolano, A. (2009). El manual escolar y la cultura profesional de los docentes. *Tendencias Pedagógicas*, 14(1), 169-180.
- Eudave, D. (2009). Niveles de comprensión de información y gráficas estadísticas en estudiantes de centros de educación básica para jóvenes y adultos de México. *Educación Matemática*, 21(2), 5-37.

- Evangelista, B. & Guimarães, G. (2013). O conceito de escala em livros didáticos de matemática do 4º e 5º ano do ensino fundamental. En C. R. Ferreira (Ed.), *Anais XI Encontro Nacional de Educação Matemática* (pp. 1-14). Curitiba: Sociedade Brasileira de Educação Matemática.
- Evangelista, B. & Guimarães, G. (2017). Atividades de tabelas em livros didáticos dos anos iniciais do ensino fundamental. En FISEM (Ed.), *VIII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática. Libro de Resúmenes* (p. 85). Jaén: FISEM.
- Friel, S., Curcio, F. & Bright, G. (2001). Making sense of graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in mathematics Education*, 32(2), 124-158.
- Guimarães, G., Gitirana, V., Cavalcanti, M. & Marques, M. (2008). Análise das atividades sobre representações gráficas nos livros didáticos de matemática. En V. Gitirana, F. Bellemain & V. Andrade (Eds.), *Anais do 2º Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática* (pp. 1-12). Recife: Universidad Federal Rural de Pernambuco.
- Guimarães, G. (2002). *Interpretando e construindo gráficos de barras* (Tesis doctoral). Universidad Federal de Pernambuco, Brasil.
- INEI (2006). *Glosario básico de términos estadísticos*. Lima: Centro de Investigación y Desarrollo.
- INEI (2009). *Guía para la presentación de gráficos estadísticos*. Lima: Centro de Investigación y Desarrollo.
- Jiménez-Castro, M. (2017). *Los gráficos estadísticos en el currículo y los libros de texto de Educación Primaria en Costa Rica* (Tesis de Máster) Universidad de Granada, España.
- León, N. A. (2006). La probabilidad en los textos de matemática de 7º grado de educación básica. *Investigación y Postgrado*, 21(2), 177-200.
- Lopes, C. A. E. (2004). Literacia estatística e o INAF 2002. En M. D. C. F. R. Fonseca (Ed.), *Letramento no Brasil: Habilidades Matemáticas* (pp. 187-197). São Paulo: Global.
- May, R. (2009). *La representación gráfica en estadística a nivel superior: un análisis de libros de texto en psicología y educación* (Tesis de Maestría). Universidad Autónoma de Yucatán, México.
- MINEDU (2009). *Diseño Curricular Nacional de Educación Básica Regular*. Lima: Dirección General de Educación Básica Regular.
- MINEDU (2016). *Programa curricular de Educación Primaria*. Lima: Autor.
- MINEDUC (2008). *Política de textos escolares*. Santiago: Ministerio de Educación.
- Monroy, R. (2007). Categorización de la comprensión de gráficas estadísticas en estudiantes de secundaria (12-15). *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencia*, 2(2), 29-38.
- Ortiz, J. J. (2002). *La probabilidad en los libros de texto*. Granada: Grupo de Investigación en Educación Estadística.
- Osorio, M. & Díaz-Levicoy, D. (2018). Tipos de gráficos estadísticos en libros de texto de matemática para la Educación Primaria peruana. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 31(1), 849-856.

- Osorio, M., Díaz-Levicoy, D. & García-García, J. I. (2019). Actividades sobre gráficos de barras en libros de texto de Educación Primaria en Perú. *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística* (pp. 1-10). Granada: Grupo de Investigación en Educación Estadística.
- Pérez-Serrano, G. (1994). *Investigación cualitativa: retos e interrogantes*. Madrid: La Muralla.
- Rodríguez, J. (2007). La investigación sobre los libros de texto y materiales curriculares. En MINEDUC (Ed.), *Primer seminario internacional de textos escolares* (pp. 185-191). Santiago: Ministerio de Educación.
- Rodríguez-Alveal, F. & Sandoval, P.R. (2012). Habilidades de codificación y descodificación de tablas y gráficos estadísticos: un estudio comparativo en profesores y alumnos de pedagogía en enseñanza básica. *Avaliação: Revista da Avaliação da Educação Superior, Campinas*, 17(1), 207-235.
- Salcedo, A. (2016). Gráficos estadísticos en libros de texto para Educación Primaria de Guatemala y Venezuela. *Educação Matemática Pesquisa*, 18(3), 1141-1163.
- Selva, A. C. V. (2003). *Gráficos de barras materiais manipulativos: analisando dificuldades e contribuições de diferentes representações no desenvolvimento da conceitualização matemática em crianças de seis a oito anos* (Tesis Doctoral). Universidad Federal de Pernambuco, Brasil.
- Shield, M. & Dole, S. (2013). Assessing the potential of mathematics textbooks to promote deep learning. *Educational Studies in Mathematics*, 82(2), 183-199.
- Silva, E. T. (1996). Livro didático: do ritual de passagem à ultrapassagem. *Em Aberto*, 16(69), 11-15.
- Valentín, M. (2015). *Organización praxeológica del objeto gráficos estadísticos en el texto de tercer grado de educación primaria del ministerio de educación* (Tesis de Magister). Pontificia Universidad Católica del Perú, Perú.
- Watson, J. M. (2013). *Statistical literacy at school: Growth and goals*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Anexos: Libros de texto analizados

- T1. Mejía, C., Valverde, C., Huaila, S., Suga, G. & Moy, R. (2014). *Matemática 1 de primaria*. Lima: Santillana.
- T2. Mejía, C., Valverde, C., Huaila, S., Suga, G. & Moy, R. (2015). *Matemática 2 de primaria*. Lima: Santillana.
- T3. Mejía, C., Valverde, C., Lafosse, R., Torres, J. & Moy, R. (2014). *Matemática 3 de primaria*. Lima: Santillana.
- T4. Mejía, C., Valverde, C., Lafosse, R., Torres, J. & Moy, R. (2013). *Matemática 4 de primaria*. Lima: Santillana.
- T5. Mejía, C., Valverde, C., Mendoza, J., Paulino, E., Vargas, M. & Moy, R. (2013). *Matemática 5 de primaria*. Lima: Santillana.
- T6. Mejía, C., Valverde, C., Mendoza, J., Paulino, E., Vargas, M. & Moy, R. (2015). *Matemática 6 de primaria*. Lima: Santillana.
- T7. Luna, M. & Sagredo, M. (2016). *Matemática 1*. Lima: Bruño.
- T8. Luna, M. & Sagredo, M. (2016). *Matemática 2*. Lima: Bruño.
- T9. Luna, M. & Sagredo, M. (2016). *Matemática 3*. Lima: Bruño.

- T10. Luna, M. & Sagredo, M. (2016). *Matemática 4*. Lima: Bruño.
- T11. Luna, M. & Sagredo, M. (2016). *Matemática 5*. Lima: Bruño.
- T12. Luna, M. & Sagredo, M. (2016). *Matemática 6*. Lima: Bruño.
- T13. Bocanegra, N., Pardo, S. & Cruzado, I. (2012). *Matemática 1 de primaria*. Lima: Norma.
- T14. Bocanegra, N. & Dávila, K. (2012). *Matemática 2 de primaria*. Lima: Norma.
- T15. Mejía, C., Zubiaga, C., Mamani, E., Márquez, M. & Moy, R. (2012). *Matemática 3 de primaria*. Lima: Santillana.
- T16. Mejía, C., Lafosse, R., Carrasco, R., Cuneo, P., Montoya, P. & Moy, R. (2012). *Matemática 4 de primaria*. Lima: Santillana.
- T17. Cuba, R., Dos Reis, I., Martel, F. & Lapa, Z. (2012). *Matemática 5*. Lima: El Nosedal.
- T18. Dos Reis, I., Sullca, E. & Val, E. (2012). *Matemática 6*. Lima: El Nosedal.

Autores:

Danilo Díaz-Levicoy

Profesor de Matemática y Computación, Universidad de los Lagos. Máster en Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada. Doctor en Ciencias de la Educación, Universidad de Granada.
Académico de la Facultad de Ciencias Básicas, Universidad Católica del Maule.
Línea de Investigación: Didáctica de la Matemática y la Estadística.
dddiaz01@hotmail.com

Miluska Osorio

Ingeniero Estadístico, Universidad Nacional Agraria La Molina. Maestría en Docencia Universitaria y Gestión Educativa, Universidad Tecnológica del Perú.
Académica del Departamento de Ciencias, Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas.
Línea de Investigación: Didáctica de la Estadística.
miluselen@googlemail.com

Francisco Rodríguez-Alveal

Profesor de Estado en Matemática, Universidad del Bío-Bío. Magister en Estadística, Universidad de Chile.
Académico Departamento Ciencias de la Educación, Facultad de Educación y Humanidades. Universidad del Bío-Bío.
Línea de Investigación: Formación Inicial Docente, Evaluación y Didáctica de la Estadística
frodriguez@ubiobio.cl

Cristian Ferrada

Profesor de Educación General Básica, Mención Educación Matemática, Universidad Católica del Maule. Máster en Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.
Doctorando en Ciencias de la Educación, Universidad de Granada.
Línea de Investigación: Didáctica de las Ciencias Experimentales.
adarref@correo.ugr.es