

# Sistemas de Creencias de los Estudiantes en la Resolución de Problemas Probabilísticos

Oswaldo Jesús Martínez-Padrón<sup>1</sup>  Arnulfo Fajardo-Valencia<sup>2</sup>   
David Benítez Mojica<sup>3</sup> 

## Resumen

Este estudio busca identificar las creencias que tienen los estudiantes de educación secundaria sobre el concepto de probabilidad y como estas cambian a partir de procesos de formación escolar. Para ello, se aplicaron encuestas y entrevistas a estudiantes de una institución educativa colombiana. Se caracterizaron los sistemas de creencias al resolver problemas probabilísticos. A partir de las respuestas y justificaciones, se hizo un análisis descriptivo sobre sus decisiones, seguido de un análisis de contenidos centrado en sus argumentaciones. Los resultados arrojan que creencias tales como la suerte, el número favorito, la fecha de cumpleaños, el destino, la fe, incluso algunas supersticiones y creencias religiosas dificultan el análisis que se puede realizar de la información necesaria para asumir una tarea desde el punto de vista normativo. Se concluye que los niveles de razonamiento probabilístico que prevalecen en este grupo de estudiantes se sitúan en la impredeción y el determinismo.

**Palabras clave:** Creencias, Sistemas de Creencias, Razonamiento Probabilístico, Probabilidad, Educación Matemática.

## Students' Belief Systems in Probabilistic Problem Solving

### Abstract

This study seeks to identify the beliefs that secondary school students have about the concept of probability and how they change as a result of school training processes. For this purpose, surveys and interviews were applied to students of a Colombian educational institution. The belief systems when solving probabilistic problems were characterized. Based on the answers and justifications, a descriptive analysis of their decisions was made, followed by a content analysis focused on their arguments. The results show that beliefs such as luck, favorite number, birthday, destiny, faith, even some superstitions and religious beliefs hinder the analysis that can be made of the information necessary to assume a task from the normative point of view. It is concluded that the levels of probabilistic reasoning that prevail in this group of students are situated in impredecion and determinism.

**Keywords:** Beliefs, Belief Systems, Probabilistic Reasoning, Probability, Mathematics Education.

## Sistemas de crenças dos alunos na solução de problemas probabilísticos

### Resumo

Este estudo busca identificar as crenças que os alunos do ensino médio têm sobre o conceito de probabilidade e como elas mudam como resultado dos processos de educação escolar. Para isso, foram aplicadas pesquisas e entrevistas a alunos de uma instituição educacional colombiana. Foram caracterizados os sistemas de crenças ao resolver problemas probabilísticos. Com base nas respostas e justificativas, foi realizada uma análise descritiva de suas decisões, seguida de uma análise de conteúdo focada em seus argumentos. Os resultados mostram que crenças como sorte, número favorito, aniversário, destino, fé, até mesmo algumas superstições e

<sup>1</sup> Profesor de Matemática, Magister en Educación Superior: Matemática, Doctor en Educación-UPEL-Venezuela. Docente Autor-Investigador: UTEG, Guayaquil-Ecuador. Correo electrónico: ommadail@gmail.com

<sup>2</sup> Doctor en Educación Universidad del Valle - Colombia. Correo electrónico: arnulfo.fajardo@correounivalle.edu.co

<sup>3</sup> Doctor en Ciencias: Matemática Educativa Universidad del Valle - Colombia. Licenciado en Matemáticas y Física . Correo electrónico: david.benitez@correounivalle.edu.co

crenças religiosas dificultam a análise que pode ser feita das informações necessárias para assumir uma tarefa do ponto de vista normativo. Conclui-se que os níveis de raciocínio probabilístico que prevalecem nesse grupo de alunos estão situados na imprevisão e no determinismo.

**Palabras clave:** Crenças, Sistemas de Crenças, Raciocínio Probabilístico, Probabilidade, Educação Matemática.

## INTRODUCCIÓN

La cotidianidad suele estar plena de fenómenos aleatorios, sucesos fortuitos e incertidumbres, haciendo que el estudio de la probabilidad sea un elemento importante en la preparación de los estudiantes para su vida futura. Budgett y Pfannkuch (2019) argumentan que “el razonamiento probabilístico es esencial para operar de manera sensata y óptima en el siglo XXI” (p. 13), lo cual se evidencia en el incremento que han tenido los estudios sobre didáctica de la probabilidad en los últimos años, basta observar lo ya indicado por Batanero (2007), desde hace tres lustros, al puntualizar un centrado interés en aspectos como el desarrollo cognitivo y afectivo basado, también, en la resolución de problemas, la formación de maestros y los desarrollos curriculares.

A pesar de los esfuerzos realizados por los investigadores en el campo, muchos de estos estudios reportan grandes dificultades de los estudiantes frente a la comprensión de conceptos asociados con la probabilidad, haciendo mención a diferentes causas. Se resalta la complejidad de establecer relaciones entre sus múltiples significados (BATANERO, 2005), el escaso conocimiento de algunos docentes para impartir la asignatura (BATANERO et al., 2016; INZUNZA, 2014; VÁSQUEZ y ALSINA, 2014), el poco espacio que brindan los libros de texto para el fortalecimiento del pensamiento probabilístico (RODRÍGUEZ-ALVEAL et al., 2018), y las creencias y los sistemas de creencias de los estudiantes “que entran en conflicto con la práctica disciplinaria normativa; estos sistemas de creencias incluyen elementos como mitos, supersticiones, animismo y determinismo” (GROTH et al., 2021, p. 242).

Puede observarse que el estudio de las creencias de los estudiantes, en relación con muchos objetos de la Matemática, se reconoce como uno de los componentes centrales en investigaciones sobre el dominio afectivo (MARTÍNEZ-PADRÓN, 2021) y su papel en el aprendizaje se ha tenido en cuenta principalmente a partir de la década de los años ochenta en respuesta a las dificultades que se presentaban al abordar la resolución de problemas sólo desde el ámbito de lo cognitivo. (GALENDE et al., 2019; PONGSAKDI et al., 2019).

La investigación sobre las creencias de los estudiantes en Educación Matemática evidencia que estas inciden en la forma en que ellos mismos se ven frente al aprendizaje (FAJARDO y BENÍTEZ, 2020), y esta percepción es fundamental para su compromiso y éxito en la escuela (ROESKEN et al., 2011). Su impacto también se refleja en la capacidad de comprensión de conceptos matemáticos, subrayando que las creencias personales de los estudiantes afectan la manera en que estos enfrentan los problemas y pueden determinar el éxito o el fracaso en sus procesos de resolución (BAKAR et al., 2019; PITSIA et al., 2017; PONGSAKDI et al., 2019; STYLIANIDES y STYLIANIDES, 2014; TARMIZI y TARMIZI, 2010). Desde esta perspectiva, es importante conocer cómo se pueden detectar las creencias de los

estudiantes y que experiencias se pueden proporcionar a los alumnos para desestabilizar aquellas que no son deseables (CALLEJO y VILA, 2004).

Sobre la base de los preceptos anteriores, se presentan los resultados de un estudio que tiene como objetivo identificar las creencias que tienen los estudiantes de educación secundaria sobre el concepto de probabilidad y como estas se movilizan con el tiempo a partir de los procesos de formación escolar, es decir, a medida que los estudiantes cursan los diferentes ciclos de la Educación Matemática formal.

## RAZONAMIENTO PROBABILÍSTICO

Desde hace varias décadas, la pretensión de mejorar la enseñanza de la Matemática siempre ha sido motivo de preocupación entre quienes investigan sobre Educación Matemática, en vista de que no ha podido cristalizarse un desarrollo favorable del aprendizaje de los contenidos matemáticos, por parte de los estudiantes. No obstante, tal problemática debe seguir arrojándose, debido a que, casi siempre, los aprendices tienen pendiente la posesión y el manejo satisfactorio de las pericias requeridas para la resolución de problemas de Matemática, lo cual sigue ocurriendo a pesar de la puesta a prueba de nuevas estrategias pedagógicas, la adaptación de los contenidos, los avances tecnológicos actuales y una gama de recursos, técnicas y herramientas que se crean de manera puntual (MARTÍNEZ-PADRÓN, 2016; 2021), pero que no se mantienen en el tiempo, ni se hacen masivas ni se sistematizan ni se registran sus repercusiones más que la simple experimentación que siempre suele ser a cortos plazos

Puede observarse que la necesidad de propiciar la comprensión y el mejoramiento de los procesos de formación de los estudiantes sigue vigente, sobre todo en áreas de talante cuantitativo. Por tanto, resulta oportuno seguir hurgando en este sentido si lo que se quiere es transformar, hacia el mejoramiento, las acciones didácticas mediante la puesta en escena de procesos proyectados, consensuados y respaldados en constructos que permitan mejorar todo aquello que tenga que ver con el aprendizaje de la Matemática, tal como ocurre con la investigación didáctica llevada a cabo con la enseñanza y el aprendizaje de la probabilidad, la cual es una rama de la Matemática que se ocupa de determinar si un fenómeno o evento aleatorio puede ocurrir o no bajo determinadas condiciones.

La probabilidad surgió como un intento por responder interrogantes relacionadas con los juegos de azar, su utilidad en la cotidianidad y su papel instrumental en las ciencias, la política, la economía y muchas otras ramas del saber. De igual manera, es importante en el desarrollo del pensamiento crítico (GÓMEZ TORRES, 2016; SALDANHA y LIU, 2014; SHARMA, 2012; VÁSQUEZ y ALSINA, 2017), por lo que cada vez más países han optado por incluirla en sus currículos obligatorios y en la formación de sus docentes (BATANERO et al., 2016; VÁSQUEZ y ALSINA, 2017). Igualmente, tiene importancia vital en la toma de decisiones ante situaciones de incertidumbre, así como está relacionada con diferentes áreas del conocimiento, por eso ha sido sustento de investigaciones orientadas a analizar

la comprensión que tienen los estudiantes sobre los conceptos relativos al azar y a la probabilidad (BATANERO, 2005; SÁNCHEZ y VALDÉS, 2013; WATSON y KELLY, 2009).

Jones y Thornton (2005) sostienen que la investigación sobre el razonamiento probabilístico se origina en los estudios presentados por Piaget e Inhelder, en 1951, quienes sí bien no estaban preocupados por los procesos de enseñanza y aprendizaje, se ocuparon de identificar las etapas de desarrollo en que los individuos tienen acceso, con comprensión, a las ideas sobre aleatoriedad y probabilidad, destacando en sus hallazgos que los niños sólo eran capaces de enfrentarse con la probabilidad cuando alcanzaban la etapa operativa formal, es decir, después de aproximadamente los 11 años, etapa en la que ya podrían abordar el razonamiento proporcional y combinatorio.

Teniendo como referente los trabajos de Piaget, Fischbein (1975) define el concepto de intuición como una parte integral del comportamiento inteligente de los individuos y clasifica las intuiciones en afirmativas y anticipatorias, estableciendo que “las intuiciones afirmativas encarnan el conocimiento del mundo externo que aceptamos como evidente... [y] las anticipatorias son construcciones mentales que anticipan globalmente la solución a un problema antes de que se hayan encontrado los pasos detallados de la solución” (p. 117). Concluye que, frente a los eventos probabilísticos, se requiere de estas intuiciones, pues lo que se busca es analizar el curso futuro de los acontecimientos y predecir sus resultados, sosteniendo que las probabilísticas se pueden modificar a partir de la formación, con lo que establece una relación entre el razonamiento, la enseñanza y el aprendizaje de la probabilidad.

En este sentido, Kahneman y Tversky (1972) dan inicio a su trabajo sobre la toma de decisiones en situaciones de incertidumbre, desde el análisis de las estrategias utilizadas al hacer juicios probabilísticos, enfatizando en el estudio de las heurísticas definidas como el conjunto de estrategias que usan las personas para hacer estimaciones de probabilidad, donde se destaca la referida a la representatividad, en donde los individuos estiman la probabilidad de un evento de acuerdo a qué tanto represente algunos aspectos de la población total, y la heurística de disponibilidad en donde la evaluación de la posibilidades depende de los casos similares que el individuo recuerde de experiencias previas. Ambas heurísticas pueden generar sesgos frente a la toma de decisiones en entornos probabilísticos.

Todos estos estudios sientan las bases sobre el razonamiento, la enseñanza y el aprendizaje de la probabilidad, observándose que a partir de los años ochenta la investigación sobre su didáctica generó gran interés entre investigadores y docentes. De acuerdo con Batanero (2007), se desarrollaron las siguientes líneas de investigación sobre: (a) el desarrollo cognitivo; (b) la toma de decisiones; (c) la enseñanza y resolución de problemas; y (d) currículo y formación de profesores.

A pesar de estos avances en el campo de la probabilidad, “la investigación didáctica viene señalando que los estudiantes tienen dificultades para lograr un aprendizaje con comprensión de los conceptos y procedimientos formales relacionados con el azar” (BARRAGUES y GUIASOLA, 2009, p. 128). Estas dificultades se observan cuando al enfrentarse a problemas que involucran el concepto de probabilidad, los estudiantes utilizan estrategias no probabilísticas. Algunos consideran que es

completamente imposible predecir resultados cuando se encuentran en situaciones de azar (SÁNCHEZ y BENÍTEZ, 1997), otros asocian el resultado de un experimento aleatorio a fenómenos físicos, a poderes sobrenaturales, a la suerte (AMIR y WILLIAMS, 1999; SÁNCHEZ y BENÍTEZ, 1997), existiendo quienes creen que los resultados de experiencias aleatorias dependen del control de las personas sobre los dispositivos generadores de aleatoriedad (NICOLSON, 2005).

Este tipo de argumentos dificultan la comprensión del concepto de probabilidad, por lo que muchos estudiantes terminan considerándola como aburrida, difícil de aprender y de aplicar, tanto de manera formal como en contextos cotidianos.

Diferentes estudios se han preocupado en identificar teorías y modelos cognitivos que favorezcan los procesos de razonamiento probabilístico de los estudiantes (GARCÍA y SÁNCHEZ, 2013; GÓMEZ CHACÓN, 2003; JONES et al., 1997; POLAKI, 2002; SÁNCHEZ y LANDÍN, 2014; STANOVICH et al., 2008; WATSON et al., 1997). “Estos modelos sugieren diferentes niveles o patrones de crecimiento en el razonamiento probabilístico” (MOONEY et al., 2014, p. 495), teniéndose al respecto una clasificación propuesta por Sánchez y Benítez (1997), la cual se sostiene en cinco niveles de razonamiento utilizados por los estudiantes, al momento de enfrentarse a problemas que involucran el concepto de probabilidad (ver Tabla 1).

**Tabla 1:** Niveles de razonamiento probabilístico

Nivel	Agrupación a las personas que...
1. Impredicción	al estar en situaciones de azar, les es completamente imposible predecir resultados
2. Determinístico	explican el comportamiento de los fenómenos de azar, mediante alguna causa poderosa que los rige. <ul style="list-style-type: none"> <li>• Físicas</li> <li>• Mítico/Mágicas</li> <li>• Empíricas</li> </ul>
3. Mecánico	incorporan constructos de la Matemática para explicar fenómenos de azar, pero la cita se hace fuera de contexto.
4. Pre-rigor	utilizan argumentos desde el punto de vista matemático, alejándose del pensamiento determinístico. Tienen, por lo menos, un terreno abonado para iniciar la discusión de fenómenos probabilísticos. Se notan rasgos de pensamiento combinatorio, son capaces de avizorar resultados, su mente tiene la capacidad de combinar parcialmente resultados, ve más de una posibilidad de que el fenómeno suceda, pero no encuentra todos los resultados posibles o ve más de los que son realmente a causa de las falacias que rondan su pensamiento.
5. Rigor	utilizan, correctamente, diferentes representaciones para explicar el comportamiento del suceso y, dependiendo de la naturaleza del problema, pueden apoyarse en tablas, gráficas, diagramas, ecuaciones y otros recursos matemáticos

## SISTEMAS DE CREENCIAS

Diferentes estudios han centrado su atención en identificar las relaciones posibles entre las creencias, o los sistemas de creencias, de los estudiantes con el desarrollo del razonamiento probabilístico (AMIR y WILLIAMS, 1999; FISCHBEIN y SCHNARCH, 2016; RUBEL, 2007; SÁNCHEZ y BENÍTEZ, 1997; SHARMA, 2016; WATSON et al., 2004).

Los investigadores coinciden en que creencias como la suerte (WATSON et al., 2004), la intervención divina (SHARMA, 2006) y el control humano sobre los objetos generadores de aleatoriedad (AMIR y WILLIAMS, 1999; ANG y SHAHRILL, 2014; NICOLSON, 2005) están presentes en el razonamiento de algunos estudiantes al momento de abordar situaciones en las que intervienen eventos aleatorios, o al tomar decisiones en situaciones de incertidumbre. En este sentido, “una serie de estudios de investigación desde diferentes perspectivas teóricas y contextos culturales muestran que los estudiantes tienden a tener ciertas creencias sobre la probabilidad que impactan negativamente su aprendizaje” (SHARMA, 2016, p. 130).

Frente a esta problemática, se considera que el conocimiento de las creencias de los estudiantes, por parte de los docentes, es un elemento central para comprender sus razonamientos y posiblemente ayudar a los estudiantes en el mejoramiento de sus procesos de aprendizaje (ERAZO y ALDANA, 2015; FAJARDO y BENÍTEZ, 2020; MCDONOUGH y SULLIVAN, 2014; PRENDERGAST et al., 2018).

Algunos investigadores han identificado la existencia de estudiantes que suelen tener dificultades para resolver problemas probabilísticos y una de las posibles causas que obstaculizan la comprensión del concepto de probabilidad es debida al hecho de utilizar estrategias adquiridas desde la experiencia de vida y tomadas de su entorno social (AMIR y WILLIAMS, 1999; SHARMA, 2006). Desde esta perspectiva, y de acuerdo con lo planteado por Pajares (1992), las verdades personales, derivadas de la experiencia o de la fantasía, centradas en componentes valorativos son consideradas creencias, por lo que pareciera que las decisiones que toman los estudiantes al enfrentarse a la resolución de problemas de probabilidad están centradas, fundamentalmente, en sus sistemas de creencias, más que en la comprensión que se tiene sobre conceptos asociados con la probabilidad.

Respecto a las creencias, la investigación reciente ha indagado e identificado cuáles son aquellas que poseen los estudiantes y como inciden frente al aprendizaje de las matemáticas (GALENDE et al., 2019; KELE, 2018; LEMUS y URSINI, 2016; MARKOVITS y FORGASZ, 2017; MCDONOUGH y SULLIVAN, 2014; MARTÍNEZ-PADRÓN, 2013; ROESKEN et al., 2011; TARMIZI y TARMIZI, 2010), aunque algunos investigadores coinciden en la dificultad para definir este término (CALLEJO y VILA, 2003; LEMUS y URSINI, 2016; STYLIANIDES y STYLIANIDES, 2014) que ha sido analizado desde diferentes perspectivas.

Para Schoenfeld (1992), las creencias de los estudiantes, acerca de las matemáticas, las obtienen a partir de sus experiencias en el aula y en la cultura en que se están inmersos, configurando así sus comportamientos. En este sentido, tienen consecuencias poderosas en el aprendizaje de contenidos matemáticos ya que están involucradas en la forma, los procedimientos, el tiempo e intensidad

del esfuerzo con que ellos deciden abordar y resolver determinados problemas. Para Callejo y Vila (2003), son un tipo de conocimiento subjetivo que se refiere a contenidos concretos, presentando un alto grado de estabilidad en los individuos. No obstante, pueden ser transformadas y evolucionar al confrontarse con experiencias que las desestabilicen.

Martínez-Padrón (2016) las considera como “principios rectores que forman parte del conocimiento adquirido por los sujetos sobre la base de sus experiencias de vida” (p. 29), pero les confiere un carácter intersubjetivo, acotando que las creencias de cada sujeto provienen de las interacciones comunicacionales que han tenido con los otros y se vale de Habermas (1989) para indicar que la subjetividad emana de la intersubjetividad, de Vygotski (1984) para sostener que lo individual ha sido antes social y de Usó-Doménech y Nescolarde-Selva (2016) para sustentar que las sociedades se fundaron, cohesionaron y desarrollaron en base a creencias. Por lo tanto, se reajustan en la medida en que cada sujeto contrasta sus puntos de vista y sus experiencias con la práctica de los otros, asumiendo así un carácter dinámico e intersubjetivo, lo cual dependerá del contexto que cambia, constantemente, a medida que se vivan nuevas experiencias.

Lemus y Ursini (2016) manifiestan que las creencias son un conjunto de perspectivas que las personas tienen sobre las matemáticas y su aprendizaje, pudiendo potenciar o debilitar el desarrollo de las competencias en este campo de conocimiento. Martínez-Padrón (2013) agrega que ellas solo son posibles en el ámbito de la razón, son inducidas socialmente y representan construcciones que el sujeto va elaborando durante su proceso de formación para entender y asumir posturas frente al mundo que lo rodea, por lo que constituyen un elemento del conocimiento.

Algunos investigadores coinciden en que las creencias no son independientes entre sí, por lo que conforman grupos o redes que configuran sistemas. También señalan la ausencia de “consenso sobre la definición de sistema de creencias [y]...en la manera cómo se organizan dichas creencias en estos sistemas” (STYLIANIDES y STYLIANIDES, 2014, p. 9). Callejo y Vila (2003) refrendan que una creencia nunca se sostiene con independencia de otras, destacando que un sistema de creencias no representa una suma de creencias sino una red organizada entendida como un conjunto de creencias aisladas, “hipótesis, expectativas conscientes y subconscientes y posibles interrelaciones entre ellas” (JANKVIST, 2015, p. 44).

En tales interacciones interculturales subyacen, afloran, despliegan, fortalecen o cambian no solo las creencias sino las actitudes y los valores que forman parte del factor identitario de los sujetos, configurando en cada uno su propio sistema de creencias (ROSS, 2004), el cual interviene e impulsa comportamientos o acciones ante determinados eventos.

Sobre la base de esas particularidad, Ross (2004) señala que un sistema de creencias está conformado por los siguientes componentes básicos: (a) Creencias: convicciones aceptadas que se comportan como principios rectores que no requieren demostración alguna (MARTÍNEZ-PADRÓN, 2021); (b) Actitudes: “reacciones valorativas o evaluativas manifiestas a través del agrado o desagrado hacia algún objeto, sujeto o situación” (MARTÍNEZ-PADRÓN, 2016, p. 32), involucrando factores como

creencias, sentimientos, emociones, valores y disposiciones para actuar de determinadas formas; y (c) Valores: son creencias duraderas consideradas como criterios que utilizan las personas, en base a los cuales actúan (ROKEACH, 1973).

Según Borg (2015), las creencias son fundamentales en la definición de tareas y en la selección de herramientas cognitivas útiles para la interpretación y toma de decisiones de los sujetos, jugando un papel preponderante tanto en la organización del conocimiento y la información como en el comportamiento (TURŞUCU et al., 2018). Pero, para que se produzcan cambios en los comportamientos de los sujetos es necesario tomar en cuenta su sistema de creencias, en vez de sus creencias aisladas (MISFELDT et al., 2016), el cual puede poseer una estructura nuclear de creencias psicológicamente fuertes, que se apoyan mutuamente, pudiendo ser resistentes al cambio. No obstante, se estima que estas creencias pueden cambiar (WALSCH, 2003), a pesar de la dificultad que tienen los agentes externos para producir cambios en los comportamientos o en las acciones.

## **MATERIALES Y MÉTODOS**

El objetivo de este estudio es identificar las creencias que tienen los estudiantes de educación secundaria sobre el concepto de probabilidad y como estas se movilizan con el tiempo a partir de los procesos de formación escolar.

Este estudio tiene componentes cualitativos, ya que las creencias de los estudiantes hacen parte de su individualidad y tienen una marcada influencia del entorno social, por lo que se requiere un análisis interpretativo a partir de la aplicación de entrevistas semiestructuradas. Las respuestas de los participantes fueron evaluadas también de manera cuantitativa ya que, al desarrollar la investigación en un ambiente de resolución de problemas, se emplearon encuestas tipo cuestionario con el fin de identificar respuestas correctas, incorrectas o parcialmente correctas, establecer comparaciones entre ellas y entre los niveles de razonamiento probabilístico mostrado por los estudiantes.

Se declara que a partir de las respuestas y las justificaciones dadas por los estudiantes en la encuesta tipo cuestionario, se hizo un análisis descriptivo sobre sus decisiones, seguido de un análisis de contenidos centrado en sus argumentaciones. Luego, se concibió un nuevo análisis descriptivo después de clasificar las justificaciones y las respuestas a las preguntas establecidas en las entrevistas, acopladas a una tabla donde se indican los niveles de razonamientos probabilísticos

### **Participantes**

Los participantes del estudio fueron 34 estudiantes de quinto grado de educación primaria y 95 estudiantes de educación secundaria de los grados séptimo, noveno y undécimo, pertenecientes a una institución educativa oficial (educación gratuita y administrada por el estado), ubicada en la

ciudad de Ibagué, Colombia. Por el carácter público de la institución los estudiantes provienen de diferentes sectores de la ciudad, por lo que pertenecen a distintos niveles socioeconómicos.

La institución se rige por los Lineamientos Curriculares establecidos por el Ministerio de Educación Nacional de Colombia ([MEN], 1998) y los estándares básicos de competencias de ese mismo Ministerio (MEN, 2006), en donde se destaca el pensamiento probabilístico (aleatorio y sistemas de datos) por su importancia en la toma de decisiones en situaciones de incertidumbre, y se propone que los aprendizajes que permitan desarrollar este tipo de pensamiento deben estar presentes desde grado primero de educación básica hasta el último grado de educación secundaria. En este sentido, los docentes encargados de los grupos participantes del estudio informaron que, en sus cursos de matemáticas escolares, se involucran al menos algunos conceptos básicos sobre probabilidad.

Instrumentos de recolección de datos. Se elaboró una encuesta tipo cuestionario de 9 preguntas de selección múltiple en donde se solicitaba la justificación escrita de la respuesta seleccionada, con la intención de recopilar información acerca de cómo razonan los estudiantes frente a problemas que implican conceptos probabilísticos tales como dependencia e independencia de eventos, equiprobabilidad, conocimiento del algoritmo para calcular probabilidad simple o compuesta, el tipo de representaciones que utilizan en la resolución de problemas, y el sistema de creencias involucrado.

Con el fin de profundizar en la información obtenida a través de las respuestas de los estudiantes se aplicaron entrevistas semiestructuradas a algunos de ellos considerados como informantes clave, buscando identificar patrones correspondientes a diferentes niveles de razonamiento probabilístico propuesta por Sánchez y Benítez (1997).

## Procedimiento

El cuestionario fue aplicado a los estudiantes directamente por los docentes responsables de la asignatura de matemáticas en cada uno de los grados. Para realizar la actividad se asignó como tiempo máximo 60 minutos, se recomendó a los docentes encargados hacer énfasis en la importancia de la justificación escrita a cada una de las respuestas seleccionadas en la encuesta.

Los estudiantes considerados como informantes clave fueron entrevistados por el investigador de manera individual, teniendo como base las respuestas a las preguntas y justificaciones dadas en el cuestionario. Con esta actividad se indagó sobre las posibles creencias emergentes de los estudiantes respecto a conceptos asociados con el azar, la probabilidad y las estrategias que utilizan al abordar problemas que involucran elementos probabilísticos.

## RESULTADOS

El análisis de los datos se orientó en identificar diferencias estadísticamente representativas entre los grupos de participantes en el estudio, asociadas con los niveles de razonamiento probabilístico propuestos por Sánchez y Benítez (1997), lo que permitió observar, comparar y contrastar algunas

creencias que los estudiantes tienen al abordar situaciones que involucran conceptos asociados con la probabilidad y determinar si dichas creencias evolucionan en la medida que los estudiantes avanzan en los diferentes grados de educación formal.

De las nueve preguntas del cuestionario aplicado, los ítems 1 y 9 se enfocaron en identificar algunas creencias idiosincráticas. A diferencia de las demás preguntas, no se observó si las respuestas fueron correctas e incorrectas probabilísticamente.

A continuación, se presentan ambas preguntas y algunas respuestas dadas por los estudiantes:

**Pregunta 1.** Usted va a comprar una rifa y le ofrecen el número 111. ¿Usted compraría ese número?

**E1:** Si lo compraría puesto a que no le veo nada de malo, además todo eso es cuestión de suerte de la persona.

**E2:** No lo compraría ya que la probabilidad bajaría mucho en la rifa, pues son 3 números iguales. **E3:** Si lo compraría porque yo nací el 11 de noviembre. **E4:** No lo compraría ya que es un número al cual no le apostaría con mucha fe ya que casi nunca cae.

**Pregunta 9.** ¿En alguna ocasión has utilizado algún amuleto?

**E5:** Si, para la buena suerte y malas energías. **E6:** Si una cadenita que me regaló mi abuela y ese es mi amuleto mayor. **E7:** No, no creo en la suerte creo solamente en Dios. **E8:** No porque soy cristiana y no me gusta usar ese tipo de accesorios.

En las respuestas a los ítems 1 y 9 se observa que las creencias de los estudiantes pueden influir en sus juicios sobre eventos asociados al azar y la probabilidad. Expresiones socialmente aceptadas y relacionadas con los resultados de experimentos aleatorios como la suerte, el número favorito, la fecha de cumpleaños, las buenas o malas energías, el destino, la fe, incluso algunas supersticiones y creencias religiosas pueden incidir en la manera como los estudiantes razonan al enfrentarse a eventos probabilísticos. Estos elementos coinciden con hallazgos de investigaciones previas (ANG y Shahrill, 2014; WATSON et al., 2009; WILLIAMS y NISBET, 2014) y se reflejan también en algunos apartes de entrevistas realizadas durante el estudio. A continuación, se muestra un fragmento de una entrevista aplicada a un estudiante de quinto grado con base en su respuesta a la pregunta 1.

**Entrevistador:** Erick, en la respuesta a la primera pregunta manifestaste que no comprarías el número 111, porqué casi nunca cae.

**Estudiante:** Sí, esa fue mi respuesta.

**Entrevistador:** Ahora Erick ayúdame a escribir estos números en el tablero (escribe los números 111, 345, 428). Entonces imagínate que tú quieres comprar un billete de lotería y nada más quedan esos números. ¿Cuál de esos tres comprarías?

**Estudiante:** El 428

**Entrevistador:** ¿Por qué ese y no el 111?

**Estudiante:** Ese número no existe

**Entrevistador:** ¿Qué quieres decir con que no existe?

**Estudiante:** O sea, nunca sale

**Entrevistador:** ¿Por qué ese y no el 345?

**Estudiante:** No, porque son números seguidos y esos menos van a salir.

En este aparte de la entrevista, se observan argumentaciones de tipo determinista, el estudiante considera que los números con cifras iguales o consecutivas tienen menor probabilidad de ganar que uno que no cumpla con estas características, este tipo de razonamiento puede afectar la toma de decisiones al abordar situaciones, tareas o problemas que involucren independencia de sucesos aleatorios y la interpretación de eventos equiprobables.

A continuación, se presenta un fragmento de una entrevista realizada a un estudiante de grado séptimo, con base a la respuesta dada a la pregunta nueve:

**Entrevistador:** En la pregunta nueve sobre el uso de amuletos, ¿cuál fue tu respuesta?

**Estudiante:** Que los he usado.

**Entrevistador:** Bueno, ya que lo estás mencionando, hay personas que consideran útil el uso de amuletos. Si estuvieras en una situación en la cual una persona te pide consejo sobre qué amuleto escoger. ¿Qué respuesta le darías?

**Estudiante:** Yo diría que el buda.

**Entrevistador:** ¿Y cuál sería tu explicación?

**Estudiante:** Yo escogería el buda porque me han contado que cuando le frotan la panza me regala suerte.

**Entrevistador:** ¿Y lo has comprobado?

**Estudiante:** Sí, en los billares.

**Entrevistador:** ¿Cómo en qué?

**Estudiante:** Por ejemplo, jugando así, al azar, porque mi abuelita tiene un buda, y la otra vez estábamos jugando a la lotería, y mi primo nada más lo estaba sobando y era el que más ganaba.

**Entrevistador:** ¿Entonces crees que se haya debido a eso?

**Estudiante:** Sí.

En este aparte de la entrevista, puede evidenciarse que los estudiantes construyen concepciones erróneas a partir de experiencias previas, reforzadas por su entorno socio cultural, lo que afecta su comprensión sobre algunos conceptos formales en Educación matemática. El fenómeno observado coincide con investigaciones anteriores (AMIR y WILLIAMS, 1999; FISCHBEIN y SCHNARCH, 2016; JONES et al., 1999; SHARMA, 2016) que confirman que los estudiantes aportan conocimientos informales adquiridos en la cotidianidad que terminan por interferir en el aprendizaje de la probabilidad.

La Tabla 2 registra los resultados consolidados de las respuestas dadas por los estudiantes a las preguntas 1 y 9.

**Tabla 2:** Porcentaje de respuestas a los ítems 1 y 9

Grado	Pregunta 1		Pregunta 9	
	SI	NO	SI	NO
5°	57.1	42.9	20.0	80.0
7°	32.3	67.7	19.4	80.6
9°	36.0	64.0	12.0	88.0
11	46.7	53.3	20.0	80.0

Las respuestas a las preguntas 2, 3, 4, 5, 6, 7 y 8 permitieron a los investigadores identificar fortalezas y debilidades de los estudiantes frente a conceptos de probabilidad abordados en la educación formal y clasificar dichas respuestas de acuerdo con los niveles de impredeción, determinismo, mecánico, pre-rigor y rigor, establecidos. En la Tabla 3 se reportan los porcentajes de respuestas correctas e incorrectas a cada una de las preguntas de acuerdo con los grados.

**Tabla 3:** Porcentajes de respuestas correctas e incorrectas por grado. Ítems 2 al 8

Grado	Pregunta 2		Pregunta 3		Pregunta 4		Pregunta 5		Pregunta 6		Pregunta 7		Pregunta 8	
	C	I	C	I	C	I	C	I	C	I	C	I	C	I
5°	62.9	37.1	17.1	82.9	51.4	48.6	5.7	94.3	34.3	65.7	17.1	82.9	37.1	62.9
7°	38.7	61.3	16.1	83.9	45.2	54.8	3.2	96.8	12.9	87.1	25.8	74.2	38.7	61.3
9°	62.0	38.0	26.0	74	36.0	64.0	14.0	86.0	26.0	74.0	38.0	62.0	72.0	28
11°	66.7	33.3	46.7	53.3	53.3	46.7	33.3	66.7	13.3	86.7	26.7	73.3	66.7	33.3

*Nota: C: respuesta correcta, I: respuesta incorrecta*

Las justificaciones a las respuestas sobre los ítems 2 al 8, fueron analizadas una a una con el fin de identificar algunas características del razonamiento probabilístico de los estudiantes que permitieran categorizarlas de acuerdo a los niveles establecidos por Sánchez y Benítez (1997), se presenta un ejemplo de análisis a uno de los ítems del cuestionario aplicado a los estudiantes en los diferentes grupos:

Pregunta 5. En el juego de parkés se lanzan dos dados y se suman los puntos resultantes. Juan es un estudiante de grado quinto y está jugando parkés con sus amigos. A Juan le faltan dos

fichas para terminar el juego, una a 7 puntos y la otra ficha a 5 puntos. Al lanzar los dos dados y sumar los puntos resultantes, que es más probable que ocurra:

- a) Que la suma sea 7 puntos.
- b) Que la suma sea 5 puntos.
- c) Los dos eventos tiene la misma probabilidad de ocurrir.
- d) Es imposible predecir cuál de los dos eventos tiene mayor probabilidad de ocurrir.
- e) No sé.

Algunas justificaciones de los estudiantes a las respuestas de la pregunta 5 fueron:

### **Nivel de impredeción.**

Estudiante de grado 5°: No sé, Porque al tirar los dados no sé qué número va a salir

Estudiante de grado 7°: Es imposible predecir porque nadie sabe al girar los dados qué puntuación le vaya a salir.

Estudiante de grado 9°: Los dados pueden sacar cualquier resultado, tanto que puede sacar más de 7, o no puede sacar ningún 5. es imposible saber cuál será el resultado.

Estudiante de grado 11°: No se puede deducir ya que es variable el resultado.

Estas respuestas se clasificaron en el nivel de impredeción, aquí se ubican las personas que al estar en situaciones de azar les es completamente imposible predecir resultados, lo que se corroboran en las justificaciones anteriores.

### **Nivel determinístico.**

Estudiante de grado 5°: Es imposible predecir, no uno siempre tiene suerte

Estudiante de grado 7°: No se puede predecir de qué lado caerán porque hay muchos factores que implican de qué lado caerán por ejemplo el viento, la fuerza, el ángulo de lanzamiento y la distancia al piso.

Estudiante de grado 9°: A menos de que Juan haya hecho algún movimiento con los dados para sacar lo que quiere hay la misma probabilidad de que salgan o no.

Estudiante de grado 11°: Ya que no estaré viendo los dados no se cuánto lo agote ni cuántas vueltas da. ¡No se puede predecir!

Con este tipo de respuestas, los estudiantes explican el comportamiento de fenómenos de azar a partir de causas específicas como propiedades físicas, míticas cómo la suerte o el poder de Dios

o experiencias de la cotidianidad que se han convertido en creencias que lo alejan del pensamiento crítico.

### **Nivel mecánico.**

Estudiante de grado 7°: Que la suma sea 7, porque es un número que no está como el cuatro que solo con un dado puede pasar en este caso el siete necesita dos dados y que en uno le salga 4 y 3 o 6 y 1 para poder pasar

Estudiante de grado 9°: Que la suma sea 7 puntos. porque este es el que tiene más probabilidades de salir.

Estudiante de grado 11°: Siete es la suma que más probabilidades tiene de salir al lanzar dos dados.

En estas justificaciones, se incorporan argumentos para explicar fenómenos de azar, pero la cita se hace fuera de contexto, al no presentarse elementos que soporten las afirmaciones, aunque correctos los resultados pueden ser citados de manera memorística, lo que no garantiza la comprensión de la situación que se aborda.

### **Nivel de pre-rigor.**

Estudiante de grado 11°: En la suma del número 7 hay más posibilidades (6+1, 5+2, 4+3) en cambio con el número 5 solo hay 2 posibilidades (4+1), (3+2).

Estudiante de grado 11°: El 7 tiene más combinaciones, o sea que su probabilidad aumenta ya que el 5 tiene menos.

Los argumentos presentados en estas justificaciones muestran rasgos de pensamiento combinatorio, los estudiantes son capaces de predecir algunos resultados, observan más de una posible solución al problema.

### **Nivel de rigor.**

Respecto a la pregunta 5, no se encontraron respuestas que pudieran clasificarse en este nivel, es decir estudiantes que utilizaran recursos de tipo matemático como el uso de diferentes representaciones o de fórmulas de combinaciones o permutaciones ni se establecieron relaciones de la forma  $n(A)/n(S)$  para obtener la probabilidad numérica de los eventos.

En la Tabla 4, se presentan los porcentajes de los niveles de razonamiento probabilístico de cada uno de los grupos con respecto a las preguntas elaboradas en el cuestionario.

**Tabla 4:** Porcentajes de niveles de razonamiento probabilístico. ítems 2 al 8

PREGUNTA	GRADO	IMPREDICCIÓN	DETERMINÍSTICO	MECÁNICO	PRE-RIGOR	RIGOR
P2	5°	33.3	9.1	24.2	12.2	21.2
	7°	47.0	32.4	8.8	8.8	3.0
	9°	6.7	50.0	33.3	3.3	6.7
	11°	0.	26.7	20.0	13.3	40.0
P3	5°	51.5	45.5	0	3.0	0
	7°	14.7	73.5	8.8	3.0	0
	9°	6.7	66.7	13.3	10.0	3.3
	11°	26.7	53.3	6.6	6.6	6.6
P4	5°	60.6	33.3	6.1	0	0
	7°	55.8	38.2	6	0	0
	9°	43.3	53.3	3.4	0	0
	11°	73.3	13.3	13.3	0	0
P5	5°	93.9	6,1	0	0	0
	7°	82.3	14.7	3.0	0	0
	9°	80.0	16.7	3.3	0	0
	11°	46.6	26.7	6.7	20.0	0
P6	5°	33.3	33.3	6.1	27.3	0
	7°	41.2	35.3	0	20.5	3.0
	9°	30.0	26.7	10.0	33.3	0
	11°	20.0	13.3	0	66.7	0
P7	5°	93.9	6.1	0	0	0
	7°	97.0	3.0	0	0	0
	9°	73.3	6.7	16,7	3,3	0
	11°	73.3	0	20	0	6,7
P8	5°	69.7	9.0	12.3	9.0	0
	7°	63.3	13.3	10.0	6.7	6.7
	9°	40.0	13.3	13.3	23.4	10.0
	11°	33.3	6.7	0	26.7	33.3

## CONCLUSIONES

El estudio revela que, de acuerdo con las categorías de razonamiento probabilístico propuestas por Sánchez y Benítez (1997), la mayoría de los estudiantes se encuentran en el nivel de impredicción o en el nivel determinístico. Esto debido a que sus creencias personales afectan su desempeño al enfrentarse a un problema o a cualquier situación que involucre elementos de probabilidad, ideas

cómo la suerte, la fecha de cumpleaños, el destino, entre otras, dificultan el análisis que se puede realizar de la información dada para asumir una tarea desde el punto de vista normativo.

Los estudiantes creen que los eventos aleatorios pueden justificarse a partir de causas establecidas, como la fuerza que se aplica al lanzar un dado o la manera como se lanza una moneda, o como la gravedad afecta la caída de la misma para obtener cara o cruz, este tipo de creencias potencia el razonamiento determinístico de los estudiantes e incide en el aprendizaje con comprensión de algunos principios básicos de la probabilidad.

Las respuestas de los estudiantes evidencian que estas creencias permanecen en el tiempo y son resistentes al cambio a pesar de la instrucción. En ocasiones, estudiantes de grado quinto obtuvieron un mejor nivel de desempeño que estudiantes de grados superiores, al abordar problemas que involucran elementos probabilísticos.

En los procesos de razonamiento probabilístico de los estudiantes se privilegia el pensamiento subjetivo, en general no se utilizan recursos matemáticos al abordar un problema, por lo que las creencias erróneas pueden prevalecer. Desde esta perspectiva, es necesario identificar cuáles son las creencias iniciales de los estudiantes sobre probabilidad, de qué manera se pueden movilizar sus creencias erróneas y como a partir de ellas se puede potenciar un tipo de razonamiento que favorezca la resolución de problemas que involucren conceptos asociados a la probabilidad.

## REFERENCIAS

- AMIR, G. S., & WILLIAMS, J. S. (1999). Cultural influences on children's probabilistic thinking. **Journal of Mathematical Behavior**, 18(1), 85–107. [https://doi.org/10.1016/s0732-3123\(99\)00018-8](https://doi.org/10.1016/s0732-3123(99)00018-8)
- ANG, L. H., & SHAHRILL, M. (2014). Identifying students' specific misconceptions in learning probability. **International Journal of Probability and Statistics**, 3(2), 23–29. <https://doi.org/10.5923/j.ijps.20140302.01>
- BAKAR, S., AYUB, A., GOPAL, K., & SALIM, N. (2019). The influence of students' beliefs on mathematical problem solving towards mathematics achievement among Malaysian matriculation students. **Universal Journal of Educational Research**, 7(10), 2243–2247. <https://doi.org/10.13189/ujer.2019.071025>
- BARRAGUES, J. Y GUIASOLA, J. (2009). Una propuesta para la enseñanza de la probabilidad en la universidad basada en la investigación didáctica. **Educación Matemática**, 21(3), 127–162.
- BATANERO, M. (2005). Significados de la probabilidad en la educación secundaria. **RELIME. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, 8(3), 247–264.
- BATANERO, C. (2007). Investigación en didáctica de la probabilidad. **UNO**, 44(1), 7–16.

BATANERO, C., Chernoff, E. J., Engel, J., Lee, H. S., & Sánchez, E. (2016). **Research on Teaching and Learning Probability**. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-31625-3\\_1](https://doi.org/10.1007/978-3-319-31625-3_1)

BORG, S. (2015). *Teacher cognition and language education: Research and practice*. Bloomsbury Publishing.

BUDGETT, S., & PFANNKUCH, M. (2019). Visualizing chance: tackling conditional probability misconceptions. In G. Burrill & Ben-Zvi (Eds.), **Topics and Trends in Current Statistics Education Research, Monographs ICME-13** (pp. 3–25). Springer International Publishing.

CALLEJO, M. L., & VILA, A. (2003). Origen y formación de creencias sobre la resolución de problemas. Estudio de un grupo de alumnos que comienzan la educación secundaria. **Boletín de la Asociación Matemática Venezolana**, *X* (2), 173–194.

CALLEJO, M. L., & VILA, A. (2004). **Matemáticas para aprender a pensar: el papel de las creencias en la resolución de problemas (Vol. 100)**. Narcea.

COBB, P., JACKSON, K., & DUNLAP, C. (2015). Conducting design studies to investigate and support mathematics students' and teachers' learning. **Statewide Agricultural Land Use Baseline 2015**, *1*, 1–72.

DE BENITO CROSETTI, B., & SALINAS IBÁÑEZ, J. (2016). La investigación basada en diseño en tecnología educativa. **Revista Interuniversitaria de Investigación en Tecnología Educativa**, *0*, 44–59. <https://doi.org/10.6018/riite2016/260631>

ERAZO, J., & ALDANA, E. (2015). Sistema de creencias sobre las matemáticas en los estudiantes de educación básica. **Praxis**, *11*(1), 163–169. <https://doi.org/10.21676/23897856.1562>

FAJARDO, A. & BENÍTEZ, D. (2020). Influencia de las creencias de los estudiantes en la resolución de problemas en educación matemática. **Revista de Educación Matemática**, *35*(3), 21-36

FISCHBEIN, E. (1975). **The intuitive sources of probabilistic thinking in children**. Springer Science & Business Media.

FISCHBEIN, E., & SCHNARCH, D. (2016). The evolution with age of probabilistic, Intuitively based misconceptions Published by: National Council of Teachers of Mathematics Linked references are available on JSTOR for this article: The Evolution With Age of Probabilistic, Intuitively Based M. **Journal for Research in Mathematics Education**, *28*(1), 96–105.

GALENDE, N., ROJO, V., & ARRIVILLAGA, A. (2019). Teaching-learning Mathematics. **Journal of Psychological and Educational Research**, *27*(2), 88–110.

GARCÍA, J., & SÁNCHEZ, E. (2013). Niveles de razonamiento probabilístico de estudiantes de bachillerato frente a una situación básica de variable aleatoria y distribución. **Actas de las jornadas virtuales de didáctica de la estadística, probabilidad y combinatoria**, 417–424.

GÓMEZ CHACÓN, I. (2003). La tarea intelectual en matemáticas. Afecto, meta-afecto y los sistemas de creencias. **Boletín de la Asociación Matemática Venezolana**, *10*(2), 225–248.

GÓMEZ TORRES, E. (2016). Estadística y probabilidad en el currículo colombiano para educación básica y media. **XXVI Simposio Internacional de Estadística 2016**, 1–5.

GROTH, R. E., AUSTIN, J. W., NAUMANN, M., & RICKARDS, M. (2021). Toward a theoretical structure to characterize early probabilistic thinking. **Mathematics Education Research Journal**, 33(2), 241–261. <https://doi.org/10.1007/s13394-019-00287>

HABERMAS, J. (1989). **Teoría de la acción comunicativa. Complementos y estudios previos**. Cátedra.

INZUNZA, S. (2014). Geogebra: Una herramienta cognitiva para la enseñanza de la probabilidad. **Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación**, 1–11.

JANKVIST, U. T. (2015). Changing students' images of "mathematics as a discipline." **Journal of Mathematical Behavior**, 38, 41–56. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2015.02.002>

JONES, G. A., LANGRALL, C. W., THORNTON, C. A., & MOGILL, A. T. (1999). Students' probabilistic thinking in instruction. **Journal for Research in Mathematics Education**, 30(5), 487–519. <https://doi.org/10.2307/749771>

JONES, G. A., LANGRALL, C. W., THORNTON, C. A., & TIMOTHY MOGILL, A. (1997). A framework for assessing and nurturing young children's thinking in probability. **Educational Studies in Mathematics**, 32(2), 101–125. <https://doi.org/10.1023/A:1002981520728>

KAHNEMAN, D., & TVERSKY, A. (1972). Subjective probability: A judgment of representativeness. **Cognitive Psychology**, 3(3), 430–454. [https://doi.org/10.1016/0010-0285\(72\)90016-3](https://doi.org/10.1016/0010-0285(72)90016-3)

KELE, A. (2018). Factors impacting on students' beliefs and attitudes toward learning mathematics: Some findings from the Solomon Islands. **Waikato Journal of Education**, 18(1), 85–92. <https://doi.org/10.15663/wje.v23i1>

LEMUS, M., & URSINI, S. (2016). Creencias y actitudes hacia las matemáticas. Un estudio con alumnos de Bachillerato. In Macías, A. Jiménez, J. L. González, M. T. Sánchez, P. Hernández, C. Fernández (Ed.), **Investigación en Educación Matemática XX** (pp. 315–323).

MARKOVITS, Z., & FORGASZ, H. (2017). "Mathematics is like a lion": Elementary students' beliefs about mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, 96(1), 49–64. <https://doi.org/10.1007/s10649-017-9759-2>

MARTÍNEZ-PADRÓN, O. J. (2013). Las creencias en la educación matemática. **Educere**, 17(57), 234–244.

MARTÍNEZ-PADRÓN, O. J. (2016). ¿Qué dicen los docentes paraguayos en cuanto al afecto en el aprendizaje de la Matemática?: Una mirada desde el Curso Ñanduti. **Revista UNIÓN**, 5, 24–43.

MARTÍNEZ-PADRÓN, O. J. (2021). El afecto en la resolución de problemas de Matemática. **Revista Caribeña de Investigación Educativa. Santo Domingo**, 5(1), 86-100

MCDONOUGH, A., & SULLIVAN, P. (2014). Seeking insights into young children's beliefs about mathematics and learning. **Educational Studies in Mathematics**, 87(3), 279–296. <https://doi.org/10.1007/s10649-014-9565-z>

MCKENNEY, S., & REEVES, T. (2014). Educational design research. In J. M. Spector, M. D. Merrill, J. Elen, & M. J. Bishop (Eds.), **Handbook of Research on Educational Communications and Technology: Fourth Edition** (pp. 1–1005). <https://doi.org/10.1007/978-1-4614-3185-5>

MINISTERIO DE EDUCACIÓN DE COLOMBIA (1998). Lineamientos curriculares de Matemáticas. **Cooperativa Editorial Magisterio**, 103.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL DE COLOMBIA (2006). Estándares básicos de competencias en Matemáticas. **Estándares básicos de competencias en lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas**, 46–95. <https://doi.org/958-691-290-6>

MISFELDT, M., JANKVIST, U. T., & AGUILAR, M. S. (2016). Teachers' beliefs about the discipline of mathematics and the use of technology in the classroom. **Mathematics Education**, 11(2), 395–419.

MOONEY, E. S., LANGRALL, C. W., & HERTEL, J. T. (2014). **A Practitional perspective on probabilistic thinking models and frameworks**. 495–507. [https://doi.org/10.1007/978-94-007-7155-0\\_27](https://doi.org/10.1007/978-94-007-7155-0_27)

NICOLSON, C. (2005). Is chance fair? A student's thoughts on probability. **Teach Kids Math**, 12(2), 83–89.

PAJARES, M. F. (1992). Teachers' beliefs and educational research: Cleaning up a messy construct. **Review of Educational Research**, 62(3), 307–332. <https://doi.org/10.3102/00346543062003307>

PITSIA, V., BIGGART, A., & KARAKOLIDIS, A. (2017). The role of students' self-beliefs, motivation and attitudes in predicting mathematics achievement. A multilevel analysis of the Programme for International Student Assessment data. **Learning and Individual Differences**, 55, 163–173. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2017.03.014>

POLAKI, M. V. (2002). Using instruction to identify mathematical practices associated with Basotho elementary students' growth in probabilistic thinking. **Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education**, 2(3), 357–370. <https://doi.org/10.1080/14926150209556526>

PONGSAKDI, N., LAAKKONEN, E., LAINE, T., VEERMANS, K., HANNULA-SORMUNEN, M. M., & LEHTINEN, E. (2019). The Role of beliefs and motivational variables in enhancing word problem solving. **Scandinavian Journal of Educational Research**, 63(2), 179–197. <https://doi.org/10.1080/00313831.2017.1336475>

PRENDERGAST, M., BREEN, C., BRAY, A., FAULKNER, F., CARROLL, B., QUINN, D., & CARR, M. (2018). Investigating secondary student's beliefs about mathematical problem-solving. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, 49(8),

1203–1218. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2018.1440325>

RODRÍGUEZ-ALVEAL, F., DÍAZ-LEVICOY, D., & VÁSQUEZ-ORTIZ, C. (2018). Evaluación de la alfabetización probabilística del profesorado en formación y en activo. **Estudios Pedagógicos**, 44(1), 135–156. <https://doi.org/10.4067/s0718-07052018000100135>

ROESKEN, B., HANNULA, M. S., & PEHKONEN, E. (2011). Dimensions of students' views of themselves as learners of mathematics. **ZDM - International Journal on Mathematics Education**, 43(4), 497–506. <https://doi.org/10.1007/s11858-011-0315-8>

ROKEACH, M. (1973). **The nature of human values**. Free Press.

ROSS, C. (2004). **Belief system awareness at UW-Stout**. A Research Paper Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for the Master of Science Degree in Training and Development Approved, Research Advisor. University of Wisconsin-Stout.

RUBEL, L. H. (2007). Probabilistic reasoning on coin tasks. **Journal for research in Mathematics Education**, 38(5), 531–556. <https://doi.org/10.2307/30034964>

SALDANHA, L., & Liu, Y. (2014). **Challenges of developing coherent probabilistic reasoning: Rethinking randomness and probability from a stochastic perspective**. 367–396. [https://doi.org/10.1007/978-94-007-7155-0\\_20](https://doi.org/10.1007/978-94-007-7155-0_20)

SÁNCHEZ, E., & BENÍTEZ, D. (1997). Algunos acercamientos al pensamiento probabilista de los alumnos. **Actas de la Undécima Reunión de Matemática Educativa**. RELME, 157–161.

SANCHEZ, E., & Landín, P. R. (2014). **Levels of Probabilistic reasoning of high school students about binomial problems**. 581–597. [https://doi.org/10.1007/978-94-007-7155-0\\_31](https://doi.org/10.1007/978-94-007-7155-0_31)

SÁNCHEZ, E., & VALDÉS, J. (2013). La cuantificación del azar: Una articulación de las definiciones subjetiva, frecuencial y clásica de probabilidad. Probabilidad Condicionada: **Revista de Didáctica de la Estadística**, 1, 39–46.

SCHOENFELD, A. H. (1992). *Learning to Think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in Mathematics (Reprint)*. **Journal of education** 196 (2), 1-38

SHARMA, S. (2006). **Personal Experiences and beliefs in early probabilistic reasoning: Implications for research**. 1(1), 177–184.

SHARMA, S. (2012). Cultural Influences in probabilistic thinking. **Journal of Mathematics Research**, 4(5), 657–681. <https://doi.org/10.5539/jmr.v4n5p63>

SHARMA, S. (2016). Probability from a socio-cultural perspective. **Statistics Education Research Journal**, 15(2), 126–144.

STANOVICH, K. E., TOPLAK, M. E., & WEST, R. F. (2008). The development of rational thought: A taxonomy of heuristics and biases. In **Advances in Child Development and Behavior (Vol. 36)**. Elsevier B.V. [https://doi.org/10.1016/S0065-2407\(08\)00006-2](https://doi.org/10.1016/S0065-2407(08)00006-2)

STYLIANIDES, A. J., & STYLIANIDES, G. J. (2014). Impacting positively on students' mathematical problem solving beliefs: An instructional intervention of short duration. **Journal of Mathematical Behavior**, 33(1), 8–29. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2013.08.005>

TARMIZI, R. A., & TARMIZI, M. A. (2010). Analysis of mathematical beliefs of Malaysian secondary school students. **Procedia - Social and Behavioral Sciences**, 2(2), 4702–4706. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2010.03.753>

USÓ-DOMÉNECH, J. L., & NESCOLARDE-SELVA, J. (2016). What are Belief Systems? **Published Online: Springer Science+Business Media Dordrecht**, 21, 147–152. <https://doi.org/10.1007/s10699-015-9409-z>

VÁSQUEZ, C., & ALSINA, A. (2017). **Lenguaje probabilístico: Un camino para el desarrollo de la alfabetización probabilística. Un estudio de caso en el aula de educación primaria.** 454–478.

VÁSQUEZ, C., & ALSINA, Á. (2014). Enseñanza de la probabilidad en educación primaria. Un desafío para la formación inicial y continua del profesorado. **Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas**, 85, 5–23.

VYGOTSKI, L. (1984). *Aprendizaje y desarrollo intelectual en la edad escolar*. Madrid: Akal.

WALSCH, N. (2003). *Las nuevas revelaciones. Conversaciones con Dios*. Editorial Grijalbo, S.A.

WATSON, J., CANEY, A., & KELLY, B. (2009). Development of student understanding of outcomes involving two or more dice. **International Journal of Science and Mathematics Education**, 7, 25–54.

WATSON, J. M., CANEY, A., & KELLY, B. A. (2004). Beliefs about chance in the middle years: Longitudinal change. *In Mathematics Education for the third millennium: Towards 2010. Proceedings of the 27th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*, 581–588.

WATSON, J. M., COLLIS, K. F., & MORITZ, J. B. (1997). The development of chance measurement. **Mathematics Education Research Journal**, 9(1), 60–82.

WILLIAMS, A., & NISBET, S. (2014). **Primary school students' attitudes to and beliefs about probability.** 683–708. [https://doi.org/10.1007/978-94-007-7155-0\\_36](https://doi.org/10.1007/978-94-007-7155-0_36)

#### COMO CITAR — APA

Martínez-Padrón, O. J., Fajardo-Valencia, A., & Mojica, D. B. (2024). Sistemas de Creencias de los Estudiantes en la Resolución de Problemas Probabilísticos. **PARADIGMA**, XLV(2), e2024002. <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2024.e2024002.id1535>

#### COMO CITAR — ABNT

MARTÍNEZ-PADRÓN, Oswaldo Jesús; FAJARDO-VALENCIA, Arnulfo; MOJICA, David Benítez. Sistemas de Creencias de los Estudiantes en la Resolución de Problemas Probabilísticos. **PARADIGMA**, Maracay, v. XLV, n. 2, e2024002, Jul./Dez., 2024. <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2024.e2024002.id1535>

**HISTÓRICO**

Submetido: 18 de janeiro de 2024.

Aprovado: 05 de maio de 2024.

Publicado: 01 de julho de 2024.

**EDITORES**

Fredy E. González 

**ARBITROS**

Dos árbitros evaluaron este manuscrito y no autorizaron la publicación de sus nombres