

Lesson Study Japonês, sua Natureza e seu Impacto no Ensino e na Aprendizagem da Matemática

Masami Isoda

isoda@criced.tsukuba.ac.jp
<https://orcid.org/0000-0002-0017-3935>
University of Tsukuba
Tsukuba, Japan

Yuriko Yamamoto Baldin

yuriko@ufscar.br
<https://orcid.org/0000-0001-7473-5657>
Universidade Federal de São Carlos
São Carlos-SP, Brasil

Recebido: 02/04/2023 **Aceito:** 02/05/2023

Resumo

Este artigo tem como objetivo apresentar um texto resumindo os principais aspectos e detalhes da metodologia japonesa de Lesson Study, que vem sendo sistematicamente divulgada para países fora do Japão desde 2006, e após a publicação de um livro em inglês em 2007. O propósito de oferecer um texto em português é facilitar aos alunos e professores o acesso ao conhecimento sobre o Lesson Study – LS e sua importância para o ensino e a aprendizagem da matemática. O artigo apresenta as origens e o papel do LS ao longo do século XX no ensino de matemática no Japão, discute o impacto do mesmo no desenvolvimento curricular no Japão no passado e hoje, a importância do LS para a formação de professores, a estrutura das atividades de LS, a Resolução de Problemas como um conceito central para desenvolver o pensamento matemático nas atividades de LS, e tece considerações do movimento recente de difusão do LS.

Palavras-chave: Origem do Lesson Study. Desenvolvimento Curricular em Matemática. Pensamento Matemático. Conhecimento Docente. Resolução de Problemas.

Japanese Lesson Study, its Nature and its Impact on the Teaching and Learning Mathematics

Abstract

This article aims to present a text summarizing the main aspects and details of the Japanese Lesson Study, which has been systematically disseminated to countries outside Japan since 2006, and after the publication of a book in English in 2007. The purpose of offering a text, in Portuguese, is to facilitate students' and teachers' access to knowledge about Lesson Study-LS and its importance for the teaching and learning of mathematics. The article presents the origins and role of LS throughout the XX Century in the teaching of mathematics in Japan, discusses its impact on curriculum development in Japan in the past and today, the importance of LS for teacher education, the structure of LS activities, the Problem-Solving as a central concept for

developing the mathematical thinking in the activities of LS, and makes some considerations of the recent movement of diffusion of LS.

Keywords: Origin of Lesson Study. Mathematics Curriculum Development. Mathematical Thinking. Teacher Knowledge. Problem-Solving.

Lesson Study japonés, su Naturaleza y su Impacto en la Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas

Resumen

Este artículo tiene como objetivo presentar un texto que resume los principales aspectos y detalles del Lesson Study japonés, que se ha difundido sistemáticamente a países fuera de Japón desde 2006, y después de la publicación de un libro en inglés en 2007. El propósito de ofrecer un texto, en portugués, es facilitar a los estudiantes y profesores el acceso al conocimiento sobre Lesson Study – LS y su importancia para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. El artículo presenta los orígenes y el papel de LS a lo largo del siglo XX en la enseñanza de las matemáticas en Japón, discute su impacto en el desarrollo curricular en Japón en el pasado y en la actualidad, la importancia de LS para la formación del profesorado, la estructura de las actividades de LS, la Resolución de Problemas como un concepto central para desarrollar el pensamiento matemático en las actividades de LS, y teje consideraciones del reciente movimiento de difusión de LS.

Palabras clave: Origen del Lesson Study. Desarrollo Curricular en Matemáticas. Pensamiento Matemático. Conocimiento del Profesor. Resolución de Problemas.

Introdução

O objetivo principal deste artigo é apresentar o Lesson Study – LS à comunidade de língua portuguesa com um texto acessível a educadores e professores de matemática da educação básica, apresentando os principais aspectos e detalhes do Lesson Study japonês, utilizando como base referências que difundem esta metodologia fora do Japão. Como essas referências foram divulgadas inicialmente em inglês e em espanhol para a comunidade da América Latina, nem toda a literatura produzida nas últimas duas décadas foi estudada ou trabalhada nas escolas brasileiras como prática. A crescente difusão nos últimos anos da metodologia no Brasil e em Portugal, como um importante tema de pesquisa da Educação Matemática, fez com que o projeto de traduzir para o português contribuisse para o aprofundamento dos conhecimentos básicos do Lesson Study, o que motivou este artigo, primeiramente em inglês como base para uma versão em português.

Nesta seção introdutória, descrevemos brevemente o movimento, na virada do século XXI, para trazer, de forma sistematizada, o conhecimento do Lesson Study – LS para os Estados

Unidos, quando nas últimas décadas do século XX, já havia colaboração entre as pesquisas em educação matemática do Japão e dos Estados Unidos, visando melhorar o aprendizado da matemática nas salas de aula de ambos os países, por exemplo, na década de 1960, como afirma o prefácio de Becker e Shimada (2007).

O presente artigo apoia-se em trechos da literatura básica, em inglês, que deram abertura mais intensa à difusão do LS fora do Japão, como Isoda *et al.* (2007), mas traz também outras referências para atualizar a revisão da literatura.

No ano 2000, foi lançado o documento nacional dos EUA intitulado “Before It’s Too Late: Report to the Nation from the National Commission on Mathematics and Science Teaching for the 21st Century (em português, “Antes que Seja Tarde Demais: Relatório para a Nação da Comissão Nacional de Ensino de Matemática e Ciências para o século XXI”). Esse documento citou o TIMSS Video Tape Study (Estudo de Fita de Vídeo TIMSS) e relatou: “O estilo básico de ensino nas salas de aula de matemática americanas permanece essencialmente o que era há duas gerações. No Japão, ao contrário, o trabalho colaborativo supervisionado de perto entre os alunos é a norma”. Desde então, o Lesson Study japonês, *Jugyou Kenkyuu*, tornou-se o movimento norte-americano na educação e intensificou sua influência no mundo.

Nesse processo de influência, surgiram vários equívocos sobre o conceito essencial de LS, impedindo a implementação efetiva da metodologia. Por exemplo, observa-se que várias informações teriam sido perdidas nas adaptações, dependendo dos desafios enfrentados pelos pesquisadores em vários países. Nesse quesito, Watanabe (2018) aponta para estudos como Chokshi e Fernandez (2004), que destacam os equívocos e as interpretações errôneas do LS que surgiram nas iniciativas de sua implementação nos Estados Unidos nas primeiras décadas do século XXI, quando tais iniciativas se centravam nos aspectos procedimentais do LS, devido à falta de informação aprofundada sobre os princípios da metodologia. O cuidado com a perspectiva cultural da atividade do LS, conforme já apontado por Stigler e Hiebert (1999), mostrou-se um importante elemento a ser considerado no planejamento da expansão da metodologia em culturas fora do país de origem.

Nesse cenário, o projeto Asia Pacific Economy Countries – APEC-LS foi proposto pela Tailândia e Japão por volta de 2006, promovendo um movimento colaborativo entre os países participantes da APEC para implementar o LS japonês. Em cada ano, de 2006 a 2018, foi definido um tema dentro das dimensões do LS a fim de propiciar uma divulgação eficiente para

apoiar a educação e os educadores, especialmente dos países em desenvolvimento da região, com um encontro anual promovido pela Universidade de Tsukuba (<http://criced.tsukuba.ac.jp/math/apec/>).

O Projeto APEC-LS visava promover noções adequadas de LS e apoiar movimentos de melhoria no ensino e na aprendizagem da matemática nos países participantes. Na publicação do número temático sobre LS, várias iniciativas e projetos desse movimento são descritos por outros autores.

Neste artigo, explicaremos o LS japonês inicialmente a partir da perspectiva histórica de sua origem, suas funções e as abordagens de ensino para compartilhar noções apropriadas de LS. Discutiremos o potencial do LS para impactar as reformas curriculares do ensino de matemática visando adequá-las às demandas atuais da educação e da sociedade.

1. Origens, História e Variedade do Lesson Study

1.1. Adaptação da Cultura Ocidental no Japão

No contexto das políticas de isolamento e do sistema de classes que caracterizaram o período Edo por cerca de 260 anos antes da instalação do novo governo Meiji, em 1868, a educação para a alfabetização (e aritmética) estava disponível para os plebeus por meio das *terakoya*, escolas dos templos, que abriram livremente pelo país. O comércio prosperou e o sistema de classes na organização social entrou em colapso gradualmente durante esse período de isolamento, e, no final do período Edo, o conhecimento e as habilidades individuais eram muito prestigiados no recrutamento de trabalhadores. Devido ao surgimento generalizado de escolas dos templos, para as quais os pais podiam enviar voluntariamente seus filhos, a taxa de alfabetização no final do período Edo era de 43% entre os homens e 10% entre as mulheres, tornando o Japão um dos países mais educados do mundo na época. Ensino individualizado era o método comum empregado (Isoda *et al.*, 2007).

Em 1872, o governo Meiji promulgou o Código Educacional e, ao mesmo tempo, criou uma escola de formação de professores (Escola Normal) em Tóquio (precursora da Universidade de Tsukuba). Com o objetivo de disseminar o estudo ocidental, o governo convidou professores estrangeiros de diferentes disciplinas para ensinar aos professores as formas ocidentais de conduzir as aulas. Os professores estrangeiros introduziram na Escola Normal o conceito de ensino em sala de aula como um todo, um estilo ainda raro mesmo no

Ocidente, como pode ser visto na Figura 1. Naquela época, os professores e alunos japoneses estavam familiarizados apenas com o modelo de instrução individualizada em que os conteúdos eram ensinados individualmente com base nas habilidades acadêmicas do aluno. Os professores aprendiam com a nova dinâmica de sala de aula não apenas o conteúdo da disciplina, mas também os métodos de ensino, observando o comportamento de seus professores.

Figura 1: Mudança entre os cenários de sala de aula antes e depois da Revolução Meiji

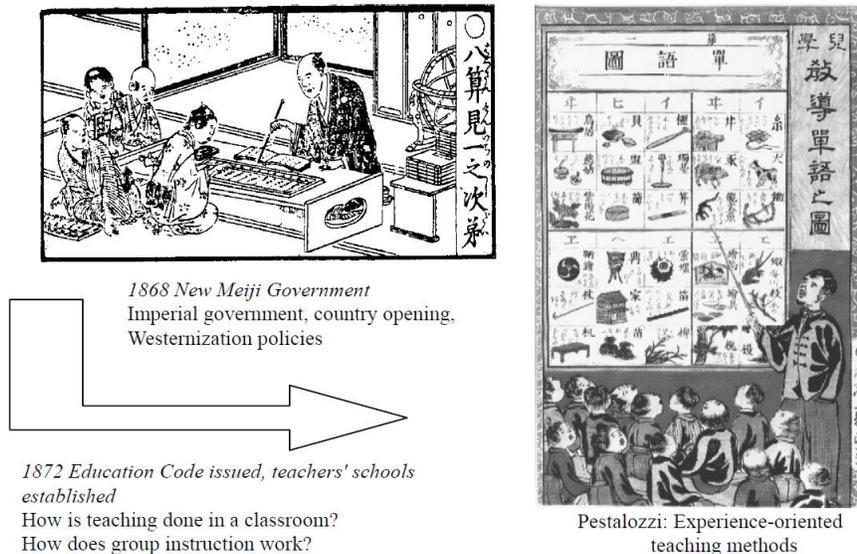


Figure 1: Shift from the curriculum and teaching methods of the *terakoya* (temple schools) to those of new types of schools.

Fonte: Isoda *et al.* (2007, p. 11)

Os livros didáticos elaborados por professores estrangeiros na Escola Normal continham desenhos de alunos levantando a mão para responder a perguntas feitas pelo professor, conforme mostra a Figura 2.

Figura 2: Comparação de ilustrações em livros didáticos antes e depois de Meiji



“How tall is the tree?”

Illustration from *Jinkoki*, a mathematics textbook from the Edo period.



“How many people are raising their hands?”

Illustration from an elementary mathematics textbook in 1873.

Figure 2: From textbooks (left) that allowed students to study numeracy at their own discretion, depending on their needs, to textbooks (right) designed to allow students/teachers to simultaneously study learning/teaching methods.

Fonte: Isoda *et al.* (2007, p. 11)

A ilustração à esquerda da Figura 2 representa um exercício do livro didático de matemática *Jinkoki*, da era Edo, anterior ao governo Meiji, no qual é proposto o texto de um problema para que o aluno o resolva individualmente, utilizando seus próprios conhecimentos. Do lado direito, podemos ver uma questão colocada “Quantos alunos estão levantando a mão?”, que é também a proposição de um problema, mas seu enunciado contém uma questão a ser trabalhada com a figura e o diálogo, representando diferentes abordagens pedagógicas para o conhecimento dos professores da época. O professor estrangeiro escreveu um livro didático que ensina métodos de ensino e matemática ao mesmo tempo.

O modelo de ensino em grupo implementado na Escola Normal de Tokyo espalhou-se para outras escolas de formação de professores em todo o país. Devido a dificuldades financeiras do novo governo, todas as escolas de professores acabaram fechando na década de 1880, exceto a Escola Normal de Tóquio, que se tornou a Escola Normal Superior em 1886. Durante a década em que as escolas estavam abertas, a prática do ensino em grupo foi disseminada em todo o país por graduados de escolas de professores. Para o ensino em sala de aula, eles usaram cartazes de rolagem como na Figura 1, à direita, e livros didáticos com ilustrações como na Figura 2, à direita.

Como escreveram Smith e Mikami (1914), os matemáticos japoneses já haviam atingido o mais alto nível de conhecimento matemático no século XVII. Naquela época, algumas de suas

descobertas eram anteriores às dos matemáticos ocidentais, devido à renovação da matemática chinesa escrita com notações japonesas e chinesas e ferramentas como o ábaco.

Na era Edo, os livros didáticos japoneses para crianças já incluíam inúmeras imagens agradáveis e histórias em quadrinhos para um ensino e aprendizado aprazíveis, como na Figura 2, à esquerda. O livro didático de matemática elementar *Jinkoki* foi o mais vendido entre as publicações até a era Edo e para evitar pirataria, passou a incluir problemas de desafio nas edições. Essa iniciativa apoiou o estabelecimento do costume de propor problemas matemáticos uns aos outros. Esse costume espalhou-se entre as pessoas em geral, a fim de incentivar o aprendizado e a pesquisa matemática. Apoiando-se nessas bases, os educadores japoneses tornaram possível introduzir e adaptar a matemática e a educação ocidentais à nova organização social.

1.2. Início do Lesson Study no Japão

Kyoushi Kokoroe foi o documento que estabeleceu o regulamento sobre o conhecimento e a profissão do professor, publicado pela Escola Normal (1873). Ele prescrevia, por exemplo, que outros professores podem entrar em uma aula com a permissão do professor da turma, sendo tal regra já uma tradição desde o início.

Nos anos de 1880, o estudo sobre a aula em grupo e sua disseminação atingiram novos patamares quando as missões de estudo no exterior começaram a retornar ao Japão. Ao mesmo tempo em que os professores estrangeiros trabalhavam no Japão para ensinar novas formas de ensino e conteúdos, missões de estudo compostas por professores e educadores japoneses eram enviadas ao exterior para trazer, em seu retorno, conhecimento vivo e métodos de ensino.

Em seguida, os delegados da missão tornaram-se professores da escola primária anexada à escola normal após seu retorno, e um livro para inovação do método de ensino foi publicado (Wakabayashi & Shirai, 1883). Esse livro continha as orientações para a elaboração do material didático, bem como as instruções para a condução das turmas/aulas, e as formas de observação e crítica. Desde o início do LS, ele já incluía o seu formato atual. Além disso, ele incluiu o modelo de protocolo entre professor da turma e alunos quanto à forma de rerepresentar a aula. O diálogo é atualmente conhecido como dialética, no entanto, seu estilo de pergunta e resposta era como o tradicional diálogo Zen ou Confuciano. O Ministério da Educação do Japão também aprimorou o método Pestalozzi usando pergaminhos pendurados para mostrar imagens com objetivo de ilustrar o conteúdo e a situação-problema. Sob a orientação do Ministério da

Educação, os métodos que incluem como desenvolver o plano de aula, implementar a aula e criticar após a aula foram implantados em todo o Japão como modelo.

Aulas abertas, origem das aulas-pesquisa, foram realizadas para estimular a proposição de novos métodos e currículos de ensino, produzindo as primeiras turmas interativas de LS iniciadas pelo governo e pela escola de ensino fundamental, a escola primária, anexa à Escola Normal.

Figura 3: Cenas de aulas abertas para LS, uma tradição na educação matemática japonesa

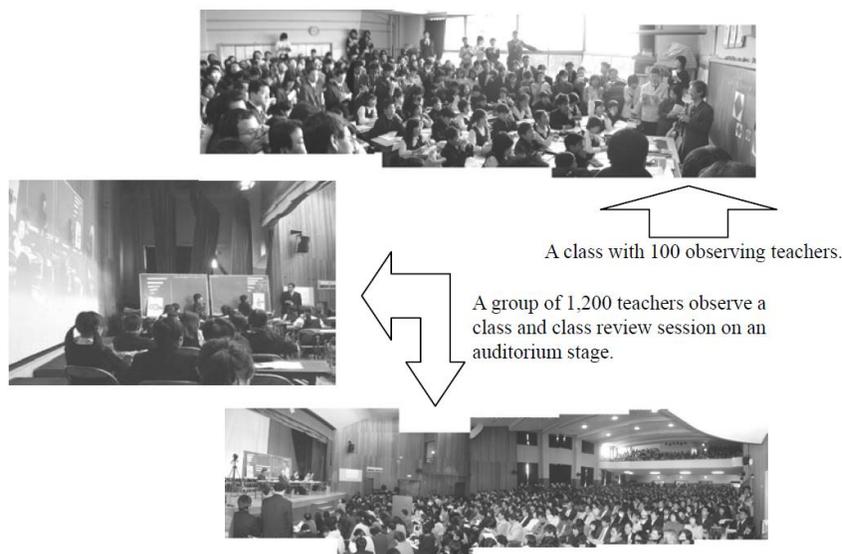


Figure 3: National Training Conference for Teachers at the Elementary School Attached to the University of Tsukuba, held since the Meiji period.

Fonte: Isoda *et al.* (2007, p. 13)

A Figura 3 mostra uma das conferências nacionais de formação de professores pela escola primária, que foram realizadas desde o período Meiji. No caso do ensino fundamental, o LS no Auditório da Figura 3 é feito apenas para Matemática e Língua Japonesa. Especialmente, a matemática é o assunto principal para LS no Japão porque o LS em nível escolar do ensino de matemática geralmente demonstra bem como os professores atuam no desenvolvimento das crianças em suas habilidades de aprendizagem.

1.3. Desenvolvimento Histórico do Lesson Study

À medida que o país se enriquecia, tornou-se possível para qualquer um se formar no ensino fundamental. A escola normal converteu-se na Escola Normal Superior em Tóquio, que produziu os formadores de professores, e todas as regiões restabeleceram suas escolas normais. A prática do LS foi compartilhada por meio do programa de estágio nas escolas normais.

No início, o método de Pestalozzi era o único foco trabalhado pelo LS. No entanto, nos anos posteriores, os professores e formadores de professores começaram a se atualizar sobre as questões mais recentes da reforma ocidental e as ideias inovadoras japonesas para novos temas de LS, que estavam relacionados com as reformas curriculares, conforme mostrado na Figura 4.

Figura 4: Tabela de tópicos-temas de Lesson Study

	Topic of Lesson Study	Remark
1880s	Pestalozzi Method and Dialog Method (including argumentation/discussion/dialogue between teacher and students)	Not only limited to mathematics
1910s	Mathematics for Life (including problem posing)	Not only limited to mathematics
1930s	Curriculum Integration in Mathematics (including Open-Ended Problems)	From the 1900s
1950s	Core curriculum movement based on social studies	Under the occupation after WWII
1960s	Mathematical Thinking (Japanese way of New Math)	Related with New Math
1970s	Open-Ended Approach and Problem Solving Approach	For developing Mathematical Thinking
1980s	Problem Solving	Related with the U.S.

Fonte: Isoda (2015)

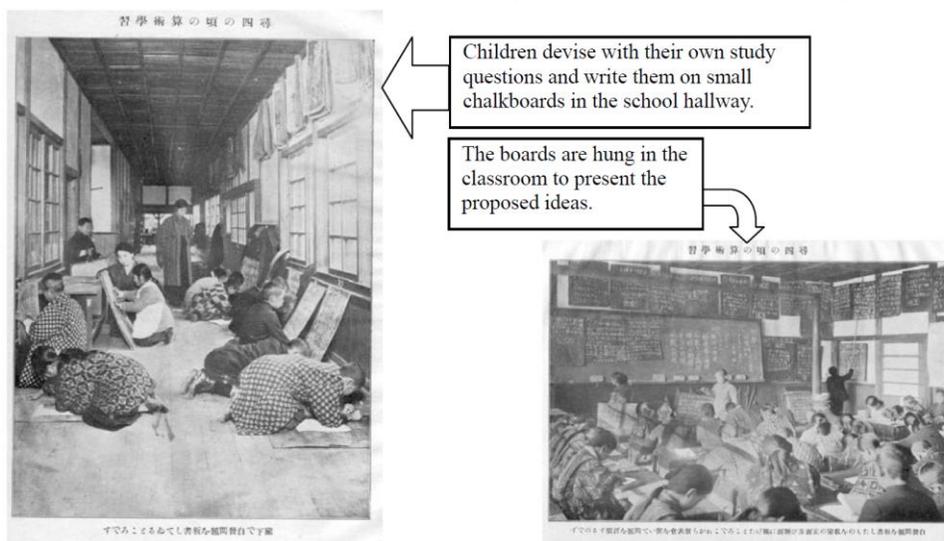
Em 1904, o *Journal of Education*, o mais antigo jornal japonês em educação, foi publicado pela escola primária. Em todo o Japão, os professores puderam se atualizar sozinhos sobre as questões mais recentes da reforma por meio do *Journal*, no qual a matemática foi incluída.

Além do formato fornecido por Wakabayashi e Shirai (1883), os textos para LS geralmente indicam claramente o tema de estudo da aula. Atualmente, se o tema do estudo não estiver escrito no plano de aula, ele não funciona como “plano de aula do LS”, ainda que a elaboração de um plano de aula seja necessariamente estudada em atividades ordinárias de desenvolvimento profissional.

Depois de Wakabayashi e Shirai (1883), o próximo grande movimento no Japão foi por volta da década de 1910, no caso do ensino fundamental, com novos métodos de ensino baseados na filosofia educacional de estudiosos como John Dewey. Esse movimento iniciou uma era em que professores de escolas particulares começaram a propor seus próprios métodos

de ensino. Naquela época, foi proposta uma nova abordagem de ensino para desenvolver crianças que aprendem por e para si mesmas. Isso permitiu que os alunos apresentassem suas próprias questões de estudo, discutissem uns com os outros a questão que eles queriam pesquisar e, em seguida, pesquisassem a questão selecionada. Essa abordagem de problematização é ilustrada na Figura 5.

Figura 5: Estudo sobre como ensinar os alunos a desenvolver suas próprias questões de estudo, na Escola Primária da Escola Normal Superior Feminina de Nara, por volta de 1920



Fonte: Isoda *et al.* (2007, p. 15)

Além de se aproximar dos costumes ocidentais, por volta da década de 1920 foi o momento de estabelecer abordagens de ensino tão originais e inovadoras que focassem na resolução de problemas, que hoje são mundialmente reconhecidas como modelos de abordagem construtivista.

Na matemática de nível secundário, desde o início do século XX o Movimento Klein, que defendia a integração de disciplinas independentes de matemática em um currículo de matemática, também era bem conhecido no estágio inicial no Japão. No entanto, o grupo de matemáticos japoneses da Universidade de Tóquio desejava manter as disciplinas tradicionais de matemática, e os educadores matemáticos da Escola Normal Superior tornaram-se independentes por meio do estabelecimento da Japan Society of Mathematical Education – JSME (em português, Sociedade Japonesa de Educação Matemática) em 1919 (Isoda, 2019).

Por volta da década de 1910 até a Segunda Guerra Mundial, período que compreende as dificuldades do Grande Terremoto de Tóquio (1923) e da Depressão Global (1929), os

Parâmetros Curriculares Japoneses foram revisados com base no LS por professores e matemáticos da Escola Normal Superior, com colaborações dos membros da JSME. Até a Segunda Guerra Mundial, haviam sido publicados vários periódicos de educação matemática que promoviam o LS e o desenvolvimento curricular, a serem discutidos na próxima seção.

Após a Segunda Guerra Mundial, o Japão foi controlado pelo Quartel General dos EUA que ocupou o país por dez anos. Os Parâmetros Educacionais passaram a ser apenas uma recomendação do governo, e a Escola Normal passou a ser a escola de formação de professores, cujos principais formadores eram especialistas em disciplinas, como matemáticos. Ao mesmo tempo, o costume estabelecido de desenvolver o currículo de matemática por meio do LS foi apoiado por matemáticos e educadores matemáticos, fornecendo as bases para o Movimento Japonês da Nova Matemática por meio de suas contribuições. No nível da escola primária, as oposições ideológicas a ela para além da matemática permaneceram até os anos 1980 porque havia poucos professores de matemática nas escolas primárias, muitos deles concentrados em como ensinar matemática em vez de como desenvolver crianças que aprendem matemática por e para si, conforme recomendado, pelas normas, como questões principais.

É interessante notar que embora a discussão tenha ocorrido paralelamente entre os lados, o valor central dos professores era o esforço pelas crianças. Nesse sentido, o LS demonstrou claramente a diferença, mostrando que abordagens adequadas em sala de aula foram possíveis por meio de aulas para desenvolver as crianças de forma ativa e agradável com atividades planejadas. A abordagem de resolução de problemas (ensino através da resolução de problemas) foi fortalecida desde então porque mostrou claramente crianças que crescem aprendendo matemática por e para si mesmas, evidência essa que era investigada pela escola através do LS.

Na década de 1980, o sistema oficial de formação de professores do primeiro ano na profissão (novatos) foi estabelecido no recém-lançado *currículo de formação continuada de professores*, no qual a abordagem de resolução de problemas foi oferecida como metodologia atraente e significativa para jovens professores. Desde então, a abordagem de resolução de problemas é bem conhecida como principal forma de ensinar matemática no Japão.

2. Como o Lesson Study se Espalhou pelo Mundo

A primeira pesquisa internacional da International Association for the Evaluation of Educational Achievement – IEA foi feita em 1964, e os estudantes japoneses obtiveram a maior média. Então, na década de 1980, pesquisadores de muitos países avançados visitaram o Japão

para saber o porquê e o como. Na década de 1980, o Ministério da Educação passou a oferecer o programa de formação de professores para estrangeiros, com duração de 18 meses, atendendo cerca de 100 professores por ano. Naquela época, a Japan International Cooperation Agency – JICA também começou a enviar professores japoneses para o exterior e convidou professores estrangeiros para treinamento a fim de colaborar na disseminação da boa educação. O primeiro professor japonês que foi enviado para um país estrangeiro com apoio da JICA foi um professor de escola primária. Ele foi para a Southeast Asia Ministers of Education Organization – SEAMEO, Regional Centre for Education in Science and Mathematics – RECSAM, na Malásia, que é o centro de treinamento de professores para o Sudeste Asiático em Matemática e Ciências. Uma parte do prédio e do equipamento do próprio RECSAM também era a Japanese Official Development Assistance.

Na pesquisa em educação matemática, o estudo comparativo Japão-EUA para resolução de problemas foi realizado de meados da década de 1980 a meados da década de 1990, e vários pesquisadores americanos tiveram a oportunidade de observar aulas de matemática japonesas. Isso melhorou a colaboração anterior entre pesquisadores japoneses e americanos em educação matemática, conforme já mencionado na introdução deste artigo. Nessa ocasião, *Jugyou Kenkyu* foi traduzido como Lesson Study – LS, quando o estudo de fitas de vídeo TIMSS comparou as aulas dos EUA, Alemanha e Japão, e Makoto Yoshida escreveu, em 1999, sua famosa tese de doutorado nesse contexto, a partir da qual Fernandez e Yoshida (2004) elaboraram um livro.

Nas Filipinas, desde 1994 a JICA forneceu 87 projetos de assistência técnica em educação matemática para países em desenvolvimento, que mudaram com o tempo, dependendo de seu *status* de desenvolvimento. Neste contexto, “Before It’s Too Late: Report to the Nation from the National Commission on Mathematics and Science Teaching for the 21st Century” (2000) (em português, “Antes que Seja Tarde Demais: Relatório à Nação da Comissão Nacional de Ensino de Matemática e Ciências para o Século XXI”) foi publicado nos EUA. Como mencionado na introdução, esse documento tornou-se o disparador da divulgação do LS para o mundo. Também citado anteriormente, o projeto de LS da APEC foi estabelecido desde 2006 com economias participantes desse fórum internacional e tem promovido o LS conforme temas específicos do LS para cada ano (<http://criced.tsukuba.ac.jp/math/apec/>).

3. Variedades do Lesson Study

No mundo, por influência de Yoshida e outros, o LS ficou conhecido pelo ciclo do processo de “planejar (aula), realizar e ver”, com colaborações de diversos agentes e participantes. O início do LS em cada país é geralmente feito por pesquisadores.

O modelo japonês conhecido para LS é geralmente focado em Atividades escolares para estabelecer uma comunidade de aprendizagem. No Japão, o LS faz parte da profissão docente desde a origem, processo esse já caracterizado por Wakabayashi e Shirai (1883) até 1980, quando a *reforma oficial do regulamento de desenvolvimento profissional dos professores* estabeleceu o LS como parte da obrigação curricular para os professores do primeiro ano na profissão e professores experientes do décimo ano de prática profissional em centros de formação continuada de professores. Antes dessa reforma, o estudo e a formação eram apenas direito dos professores, e o LS era uma parte voluntária mesmo quando era apoiada oficialmente. Eles fazem LS por e para si mesmos com vários sistemas de apoio.

Sobre o perfil do LS, podemos dizer que há vários sistemas de suporte.

Em primeiro lugar, existe um sistema de apoio oficial, composto pelo diretor escolar, supervisores e formadores de professores, que promovem o estabelecimento de uma comunidade de aprendizagem na escola. Professores selecionados também recebem apoio para que possam ir para os programas de mestrado em educação nas universidades. Nesses programas, o LS geralmente faz parte de sua formação.

Em segundo lugar, há um sistema de apoio não oficial, como a comunidade de professores. Por exemplo, existem vários periódicos de professores, manuais e artigos independentes publicados por grupos de professores, sociedade e editoras. A maioria deles é escrita por professores como parte de sua prática cultural. Quando comparamos esses escritos com periódicos acadêmicos de pesquisa educacional com sistema de revisão qualificada, uma grande diferença é que não há costume ou necessidade de escrever os artigos de acordo com estilos acadêmicos como indicação de referências, etc. Eles são escritos para compartilhar ideias boas ou necessárias de ensino e o objetivo da escrita em si é permitir a outros reproduzirem um ensino melhor para si mesmos. Assim, as descrições que eles fazem são muitas vezes desnecessárias para seguir exatamente a sua aula. Mas devem ser escritos com base em suas reflexões sobre o que aprenderam com as crianças na aula durante alguns casos de aula aberta (aula pública), e com outros professores nas discussões pós-aula.

A oportunidade de contribuição em periódicos e manuais geralmente é oferecida por editores ou outros. É uma experiência honrosa para jovens professores porque significa que eles são reconhecidos na comunidade de professores como excelentes profissionais para o desenvolvimento das crianças. Pedir a outros que contribuam para os periódicos tem funcionado para ampliar a comunidade LS para professores experientes. Mesmo os pesquisadores apoiam suas publicações como editores, embora nem sempre compareçam a todos os LS em sua comunidade de LS.

Dependendo dos níveis escolares, os LS não são os mesmos. O LS compartilhado internacionalmente é conhecido pela abordagem japonesa de resolução de problemas para ensinar e aprender matemática no nível primário e médio (Isoda & Katagiri, 2012), porque suas práticas são possíveis de compartilhar. Por outro lado, para o caso do ensino médio, embora haja regulamentação para fazer LS no sistema oficial de desenvolvimento profissional, as aulas abertas (aulas públicas) para LS podem ser vistas apenas em ocasiões especiais. Os professores de matemática do ensino médio têm se concentrado mais no desenvolvimento de seu próprio currículo porque os alunos vão para escolas diferentes dependendo de seus desempenhos e da orientação profissional do currículo para as carreiras escolhidas. Portanto, as práticas de diferentes aulas não são fáceis de compartilhar nesse nível porque o conteúdo de ensino pode não ser o mesmo em escolas diferentes nem ter o mesmo objetivo de aprendizagem. No entanto, os professores praticam o trabalho colaborativo por meio do ensino em equipe, seguindo o processo de “planejar, realizar e ver” com colaborações. Eles também podem oferecer atendimentos diferenciados aos alunos dependendo de seus aproveitamentos, mesmo quando eles precisem ministrar mais aulas do que sua obrigação.

4. Desenvolvimento do Currículo por meio do Lesson Study no Passado e Atualmente

Nesta seção, mostramos alguns casos de desenvolvimento curricular em ordem histórica ao longo das gerações. É importante salientar que o LS promove claramente a renovação dos livros didáticos e complementares para a formação de alunos e professores, bem como do currículo de matemática.

4.1. Primeiro Livro Didático como Resultado do Lesson Study

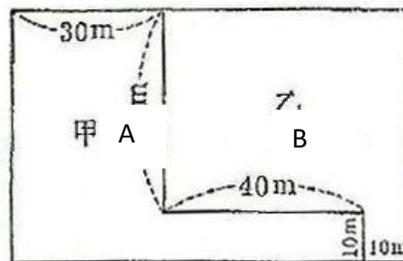
No caso dos manuais de matemática do ensino primário, de 1905 a 1934 foi utilizado nacionalmente um manual japonês que se centrava na aquisição de operações aritméticas.

Embora tenha sido ligeiramente revisado em três ocasiões, várias propostas baseadas nos resultados da prática de LS não foram refletidas em livros didáticos. Nesse contexto, o LS só funcionou para produzir métodos inovadores de ensino, neste período. Para promover o desenvolvimento do pensamento da ciência matemática, a primeira grande revisão do livro didático foi publicada em 1935, começando com o primeiro ano escolar e concluída em 1940 com as contribuições do Elementary School Mathematics Teachers Group..

A Figura 6 é um exemplo de um problema nessa publicação. Na visão atual, seria um problema aberto que não fornece condições suficientes para permitir a produção de várias respostas. Também parece um problema do tipo OCDE PISA.

Figura 6: Uma amostra de problema do livro didático de matemática primária

Problema
A e B têm terrenos adjacentes um ao outro, conforme mostrado no diagrama à direita. Ambos gostariam de tornar cada terreno retangular simples sem alterar a área. Como eles devem fixar o limite?



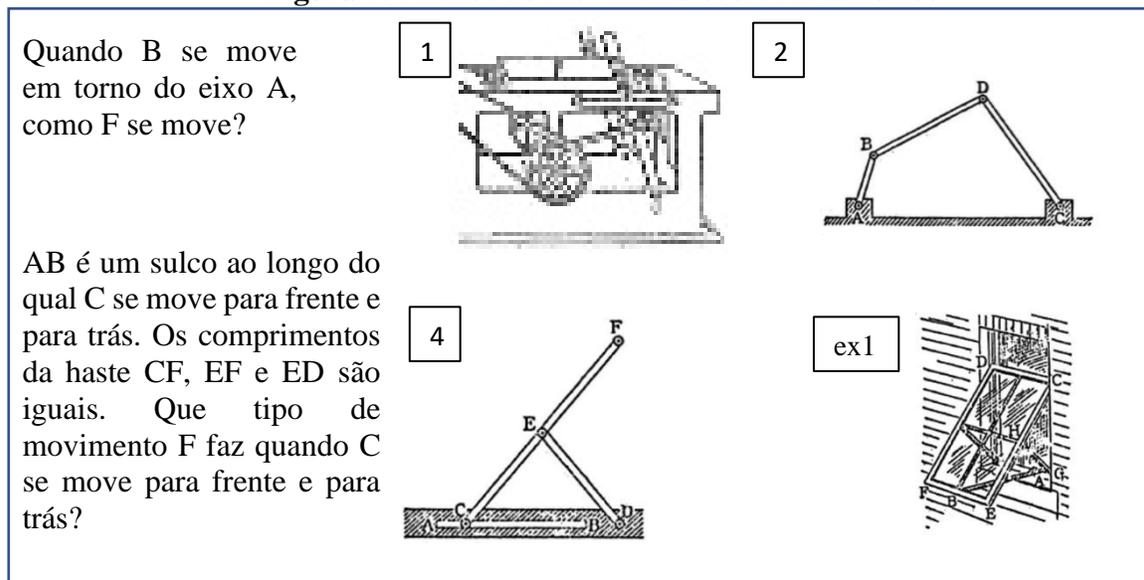
Fonte: <http://www6.plala.or.jp/maeda-masahide/4menseki.html>

Após a revisão do livro didático primário, a correspondente reforma curricular do ensino médio foi proposta na reunião anual da JSME em 1935. Ao mesmo tempo, o Ministério da Educação estabeleceu o comitê de reforma curricular. No contexto da JSME, as propostas foram discutidas em Tóquio. Os comitês de Osaka e Hiroshima, baseados independentemente em cada LS, trabalharam conforme as discussões e pesquisas em seus respectivos periódicos. No caso de Tóquio, o grupo de professores de matemática do ensino médio na Escola Normal Superior de Tóquio pertencia como membros de ambos os comitês e, finalmente, assumiu um papel importante na revisão do currículo nacional (1942) e dos livros didáticos (1943). Os livros didáticos foram os primeiros livros didáticos de matemática que integravam várias disciplinas da matemática como um conceito unificado de matemática, sob a influência dos movimentos de Klein. O princípio dos livros didáticos era promover a matematização dos alunos e foi escrito com base na prática de LS no ensino médio.

Por exemplo, havia uma sequência de tarefas para aprender Mecanismo como na Figura 7, que fornecia bases geométricas para Cálculo na Figura 8.

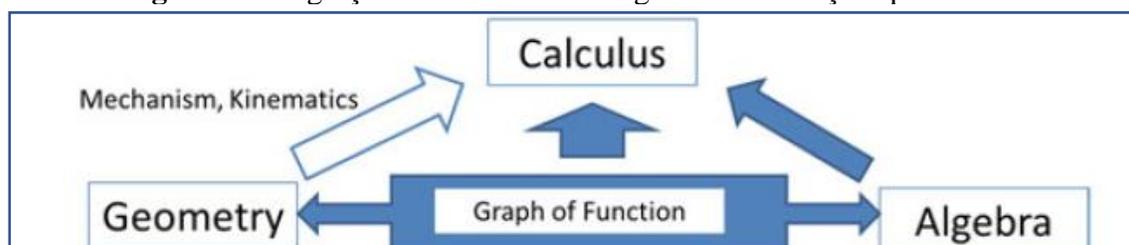
Mais tarde visto como tal por Freudenthal (1973), o princípio da matematização significa reorganizar a matemática usando representações funcionais.

Figura 7: Análise do Movimento sobre Mecanismos



Fonte: Adaptado de Batolini-Bussi, Taimina e Isoda (2010)

Figura 8: Integração de Geometria e Álgebra com Funções para Cálculo



Fonte: Isoda (2019, p. 126)

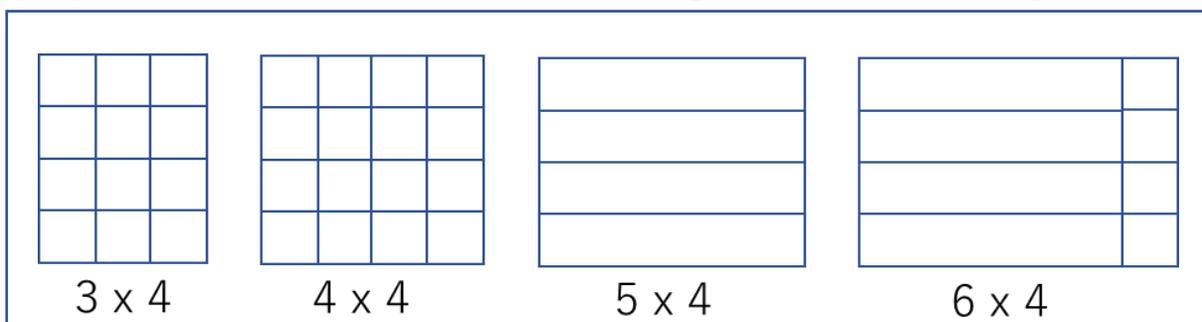
Os exemplos resultaram do LS no ensino médio e houve um episódio marcante: após a Segunda Guerra Mundial, um professor chamado Tanaka, autor do livro didático, voltou para o interior, Gifu, para assumir o templo de seu pai e tornou-se professor na Gifu High School. A impressão de outro professor que observou seu LS foi que “ele apenas rodeou as mesas para apoiar os alunos e não ensinou”. Esperava-se que os professores-observadores que frequentavam o LS aprendessem a forma de lecionar, porém sua metodologia, que atualmente se chama abordagem de resolução de problemas, era muito fora do comum para eles naquela

época, porque sua abordagem era orientada para desenvolver os alunos a aprenderem matemática por e para si mesmos usando a sequência de tarefas preparada.

4.2. Princípio para o Currículo: Extensão e Integração, ou Geral para Específico

Após o restabelecimento, os parâmetros curriculares nacionais foram criticadas por sindicatos de professores por 30 anos. Enquanto isso, com críticas e contracríticas, o LS produzia teorias para currículo e ensino. Por exemplo, o governo definiu o princípio de extensão e integração que explica uma sequência de tarefas que ia contra o princípio do “geral para o específico” proposto pelo grupo LS com o matemático Hiraku Toyama. Esse princípio foi utilizado pelo grupo desde a década de 1950 com o nome de “método de abastecimento de água”, como uma metáfora do “geral para o específico” (Kobayashi, 1989). “Geral para específico” era o sistema de matemática para esse grupo e era o tema de seu LS. Para ensinar a ideia geral, eles propuseram um uso específico de manipulativos em casos gerais, e teorizaram seu ensino como “a internalização do esquema”. Esta palavra “esquema” foi tomada de empréstimo a Piaget para explicar a abstração matemática de introduzir uma nova operação com base na operação existente, mas sua teoria estava implícita e fortemente apoiada no materialismo porque eles negavam a contradição, o que acentuou a epistemologia genética de Piaget. Eles nunca discutiram a cognição através da “acomodação” além das contradições em seus LS. Em suas próprias bases teóricas, eles se propuseram a explicar “o geral” usando figuras de telhas/ladrilhos: unitário, cinco, dez (dois-cinco), quadradas (dez duas-cinco), 10 quadradas, 100 quadradas... (eles não foram para cubo 3D). Em sua regra de usar ladrilhos manipulativos, eles devem alterar os cinco unitários  para um ladrilho-cinco  porque os ladrilhos funcionam como ferramentas intermediárias entre os dedos das mãos e os números. Eles acreditavam que a regra deveria ser aplicada mesmo no caso de multiplicação, conforme ilustrado na Figura 9.

Figura 9: No 5×4 , os unitários devem ser trocados pelos ‘cincos’. Então, 6×4 parece 4×6 .



Fonte: (Isoda, 1991)

A Figura 9 indica coisas estranhas como a mudança da unidade de contagem de quatro para seis. A figura à direita da Figura 9 é mostrada como sendo ainda 6×4 , e nos manuais de seus professores, diz que é o momento de os professores explicarem às crianças que “Multiplicação não é adição”. Eles afirmaram que seu método está correto porque é matematicamente bem configurado no nível primário. Na medida em que se acredita que as regras de gerenciamento de ladrilhos da Figura 9 estão corretas, pode-se reconhecer que estamos apenas considerando a área de ladrilhos no total como a resposta para a multiplicação, de forma breve, e nunca se vê o como cada linha de ladrilhos expressaria um modelo para responder ao resultado de uma linha da operação de multiplicação. Contra tal crítica, a crença daquele grupo foi forte o suficiente para que alguns deles continuassem seus LS com esta abordagem para as crianças de suas turmas, até suas aposentadorias, por mais de 30 anos em algumas regiões limitadas como Hokkaido, ilha norte do Japão, que está na frente da União Soviética.

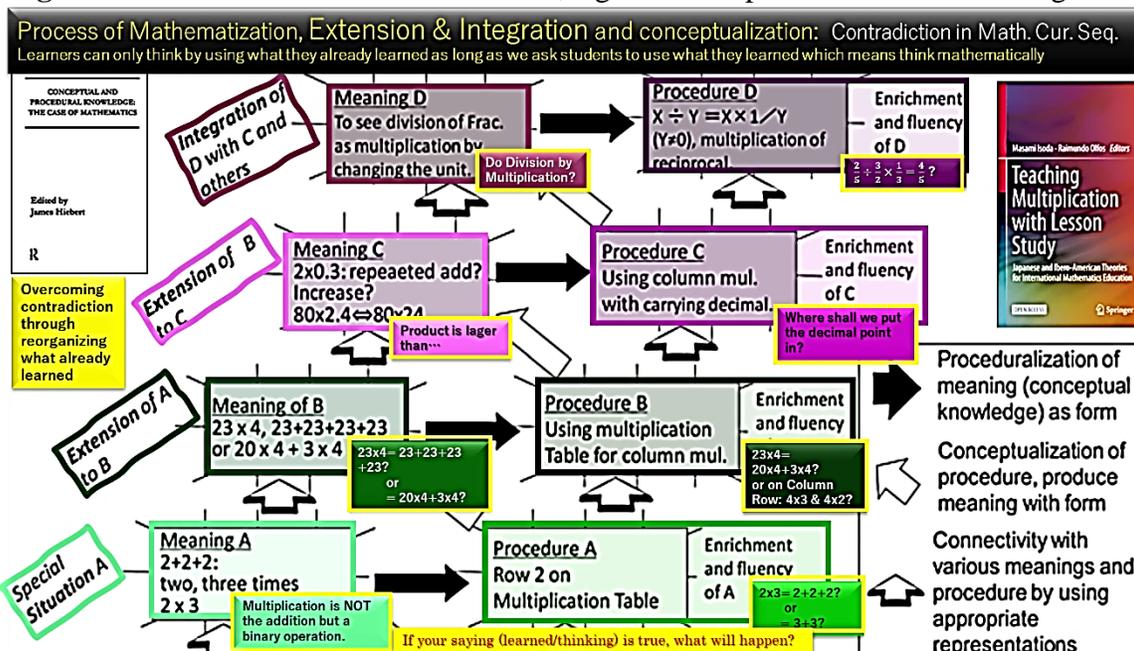
Eles negaram os parâmetros curriculares nacionais em curso na época porque esses produziram alguns equívocos pela generalização excessiva por parte das crianças. O equívoco era simplesmente uma coisa ruim para eles. Em contrapartida, vários grupos de LS do lado do governo tiveram que deixar claro o princípio e a teoria contra o “método de abastecimento de água”. Alguns grupos chamavam isso de matematização e outro grupo de descoberta. Ito (1968) nomeou sua teoria como métodos de descoberta, que foram propostos para usar representações específicas para mediar ideias, como as retas numéricas proporcionais. Essa ideia é atualmente conhecida como abordagem japonesa e é proposta para o ensino de matemática, pois permite que as crianças usem essas representações por e para si mesmas (Ito, 1971, versão em inglês). Este foi o resultado de seu grupo de LS.

Sob o confronto dessas teorias contrárias, os Parâmetros Nacionais estabeleceram o princípio “Extensão e Integração” desde 1968, que implicava a superação do equívoco para além da generalização excessiva, e foi considerado básico para o ensino com pensamento matemático. Com esse princípio, o equívoco é reconhecido como bom dentro das expectativas do currículo nacional, pois pode ser encarado como resultado da supergeneralização que possa decorrer do pensamento das crianças por e para si, durante o processo de utilizar o que eles já aprenderam.

A Figura 10 foi posteriormente proposta por Isoda (1992) e Isoda e Olfos (2021) para explicar o processo de extensão e integração no caso da multiplicação, usando a teoria do conhecimento conceitual e procedimental (Hiebert, 1986). Aqui, Isoda aplicou a teoria para explicar o currículo e a sequência do livro didático. O conhecimento conceitual geralmente é ensinado para trazer significados. No entanto, ele precisa usar alguma forma conhecida de procedimento. Após introduzir o significado da multiplicação como uma operação binária (expressão), a tabuada é processualizada a partir da adição repetida; caso contrário, os alunos não conseguem distingui-la da adição como uma nova operação. No processo de extensão e integração, geralmente aparecem inconsistências.

Por exemplo, para a multiplicação de vários dígitos, os alunos precisam ver os números de vários dígitos no sistema de base dez para aplicar a tabela de multiplicação em vez de apenas repetir a adição. Para a extensão da multiplicação para números de vários dígitos com métodos de coluna, a multiplicação como adição repetida deve ser integrada ao sistema de base dez usando a regra de distribuição. Se estendermos a multiplicação de números inteiros para os números decimais, o resultado do produto da multiplicação torna-se menor no caso. Isso não pode ser explicado bem como adição repetida. Nos livros didáticos japoneses e no design de aula dos professores japoneses, conforme mostrado em Isoda e Olfos (2021), esses processos são discutidos com mais precisão nas práticas de sala de aula em relação à sequência de tarefas no livro didático.

Figura 10: Através da extensão do número, significado e procedimento são reintegrados.



Fonte: Isoda (1992, 1996, 2009)

As discussões paralelas entre o Grupo de Toyama do lado do Sindicato e outros Grupos mais próximos do lado do governo demonstraram bem suas diferentes visões da Matemática. A visão de Toyama se relaciona mais com o platonismo quanto à ontologia da Ideia, e a discussão das internalizações do mundo físico é mais voltada para Aristóteles. O lado do governo estava mais orientado para a epistemologia dialética de Platão e Hegelianos a fim de superar as contradições.

No Japão, os movimentos da Nova Matemática começaram na década de 1950 e se intensificaram na década de 1960. Ao longo do período, os matemáticos costumavam apoiar fortemente seus grupos de LS. No caso de Hokkaido, o matemático Akitsugu Kawaguchi, que era o presidente da Sociedade Hokkaido de Educação Matemática, apoiou seus grupos de estudo em relação à implementação da reunião anual do JSME em Sapporo (1961), Hokkaido. O tema de seu LS foi a inovação do currículo de geometria sob a perspectiva da Geometria Dinâmica, significando geometria de transformações. Seu grupo de LS produziu a sua proposta em função dos seus níveis de escolaridade. O grupo da escola primária publicou os manuais para professores sobre como ensinar a ideia de transformação na escola primária a partir do editorial Meijitoshu, uma editora de manuais para professores. O grupo do ensino médio publicou quatro livros didáticos experimentais, pela editora de livros didáticos Kyouiku Shuppan, que

explicavam a transformação matemática. Foi o resultado da Geometria Dinâmica aprendida por eles que orientou o desenvolvimento curricular, mas era bastante difícil de implementar em seu nível escolar. O grupo do ensino médio publicou o guia para alunos pelo editor de guias de exames, Keisetu Jidai-Obunshya, sobre como aplicar as ideias da Geometria Dinâmica a problemas de vestibular para a universidade. Esses três produtos diferentes também demonstram a diferença de LS em cada nível escolar, na era da Nova Matemática no Japão.

5. Pensamento Matemático e Valores para os Objetivos do Lesson Study

Os objetivos da educação japonesa foram descritos como três pilares: formação do caráter humano (como valores e atitudes), habilidades gerais de pensamento (como pensamento e ideias matemáticas) e conhecimentos e habilidades específicos (como conhecimentos e habilidades matemáticas). Mesmo que mudemos a terminologia, os principais objetivos são encontrados como comuns não apenas para o Japão, mas também para outros países, como os países do Sudeste Asiático (Mangao *et al.*, 2017). Esses objetivos foram geralmente discutidos até a era da Nova Matemática.

Os dois primeiros pilares são geralmente explicados como habilidades de pensamento de ordem superior em muitos países, e como o conteúdo de aprendizagem para ‘*aprender como aprender*’. É comum que os professores escrevam ou compartilhem esses objetivos por meio do plano de aula. De acordo com o princípio japonês do currículo nacional, esses objetivos são simbolizados por um conceito singular: “*Desenvolver alunos que aprendem matemática por e para si mesmos*” (Shimizu, 1984).

Na educação matemática japonesa, isso foi reconhecido em relação às atividades matemáticas como para a reorganização do viver e da vida (Ministério da Educação, 1947). Como conceito, a atividade foi reexplicada como pensamento e atitude matemática (Ministério da Educação, 1956) por educadores matemáticos japoneses, que tentaram explicitá-la melhor.

Figura 11: A Estrutura de Katagiri para o Pensamento Matemático

I. Mathematical attitudes: Mindset
1. Attempting to grasp one's own problems, objectives, or entities clearly by oneself
(a) Attempting to have questions
(b) Attempting to be aware problematic
(c) Attempting to find further problems from situation
2. Attempting to take logical-reasonable actions (reasonableness)
(a) Attempting to take actions that match the objectives
(b) Attempting to establish a perspective
(c) Attempting to think based on the data that can be used, previously learned items, and assumptions
3. Attempting to represent matters clearly and simply: Clarity
(a) Attempting to record and communicate problems and results clearly and simply
(b) Attempting to sort and organize objects when representing them
4. Attempting to seek better ways and ideas
(a) Attempting to raise thinking from the objects to operations
(b) Attempting to evaluate thinking both objectively and subjectively, and to refine thinking
(c) Attempting to economize thought and effort
II. Mathematical thinking related to mathematical methods: Mathematical Ways of Thinking
1. Inductive thinking
2. Analogical thinking
3. Deductive thinking
4. Integrative thinking (including extension)
5. Developmental thinking
6. Abstract thinking (thinking that abstracts, concretizes, and idealizes, and thinking that clarifies conditions)
7. Thinking that simplifies
8. Thinking that generalizes
9. Thinking that specializes
10. Thinking that symbolizes
11. Thinking that represents by numbers, quantities, figures and diagrams
III. Mathematical thinking related to mathematical contents: Mathematical Ideas
1. Clarifying sets of objects for consideration and objects excluded from sets, and clarifying conditions for inclusion (the idea of sets)
2. Focusing on constituent elements (units) and their sizes and relationships (the idea of units)
3. Attempting to think based on the fundamental principles of expressions and the permanence of form (the idea of expression)
4. Clarifying and extending the meaning of things and operations, and attempting to think based on this (the idea of operation)
5. Attempting to formalize operation methods (the idea of algorithms)
6. Attempting to grasp the big picture of objects and operations, and using the result of this understanding (the idea of approximation)
7. Focusing on basic rules and properties (the idea of fundamental properties)
8. Attempting to focus on what is determined by one's decisions, finding rules of relationships between variables, and using relationship (functional thinking)
9. Attempting to express propositions and relationships as formulas, and to read their meaning (the idea of formulas)

Fonte: Isoda e Katagiri (2012, 2016)

Shigeo Katagiri (Katagiri, Sakurai & Takahashi, 1969; Katagiri *et al.*, 1971), especialista em currículo de matemática da escola primária no Ministério da Educação, estabeleceu a estrutura para o pensamento matemático com professores (Figura 11). Ele publicou 40 manuais para professores com seu grupo de LS.

A estrutura listada na Figura 11 é usada no LS para desenvolver problemas matemáticos com objetivo de saber qual tipo de pensamento matemático é necessário usar para resolver um problema. Em seguida, é utilizada com a finalidade de elucidar em um plano de aula que tipo de questões é necessário colocar para promover o pensamento matemático. Não corresponde a uma lista de dicas como as estratégias para resolver problemas, adaptadas de Polya (1945). Também explica a necessidade de praticar, como as recomendações da lista. É usada para escrever objetivos de forma mais concreta e para especificar diretamente o ensino com cada material e processo. Ela também apresenta o assunto/tópico de estudo geral do LS além de todos os objetivos do conteúdo de ensino. Katagiri também desenvolveu a lista de questionamentos em sala de aula em relação às fases de ensino.

5.1. Sequência de Tarefas para Desenvolver o Pensamento Matemático

O ensino médio na Tokyo Higher Normal School (Escola Normal Superior de Tokyo), após a Segunda Guerra Mundial, foi dividido em Junior High School (correspondente a atuais 7º, 8º e 9º anos do Ensino Fundamental II, no Brasil) e High School (correspondente ao atual Ensino Médio no Brasil) na Tokyo University of Education. Os grupos de professores de matemática em ambos os segmentos atuaram no já mencionado Sindicato de professores na fase inicial. No entanto, eles se tornaram independentes e estabeleceram seus próprios grupos de LS porque não concordavam com a teoria e a liderança de Toyama, e orientaram mais livremente a discussão para o desenvolvimento do currículo de matemática por conta própria. Kiyoshi Yokochi fundou a Mathematics Education Society of Japan (Sociedade de Educação Matemática do Japão – não a JSME) na Escola Secundária. Toshio Odaka fundou a School Mathematics Study Society (Sociedade de Estudo de Matemática Escolar) na Escola Secundária Júnior da Tokyo University of Education – SMSS-JSS-TU. Ele desenvolveu suas próprias teorias de esquema (Odaka, 1975, 1979, 1980) para uma abordagem de resolução de problemas (SMSS-JSS-TU, 1971, 1972), inspirado na ideia de Piaget para apoiar o princípio de extensão e integração da tradição de matematização no livro didático nacional de 1943, assim como seus sucessores.

A teoria de Odaka, chamada de “abordagem exemplar”, era uma contrateoria para explicar um currículo apropriado e uma sequência de tarefas, com sua própria teoria do esquema conforme Piaget e contra a de Toyama. Exemplar significa a tarefa (problema) que representa cada esquema, e sua sequência de tarefas para a abordagem de resolução de problemas (Odaka & Okamoto, 1982) é explicada pela sequência do esquema em que todos os esquemas necessários explicam o que os alunos devem aprender nas escolas primárias e secundárias. A Figura 12 é um problema exemplar e sua renovação.

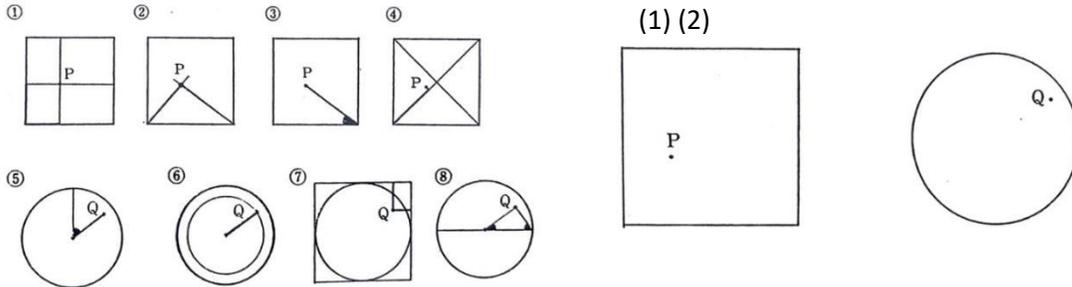
Figura 12: Como podemos introduzir o eixo?

Para a Introdução do Eixo

De Odaka et al. (1970):

Existem um quadrado (1) e um círculo (2) cujo lado mede 6 cm e cujo raio mede 6 cm, respectivamente. Consideremos as maneiras de explicar as posições de P no quadrado e Q no círculo.

Soluções possíveis:



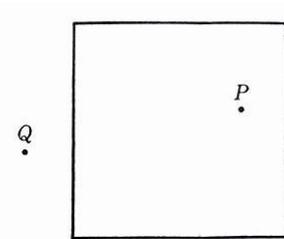
Objetivo:

Produzir condições necessárias e suficientes para definir as posições dos pontos usando linhas e pontos dados no plano e nomeando A, B, AB e assim por diante.

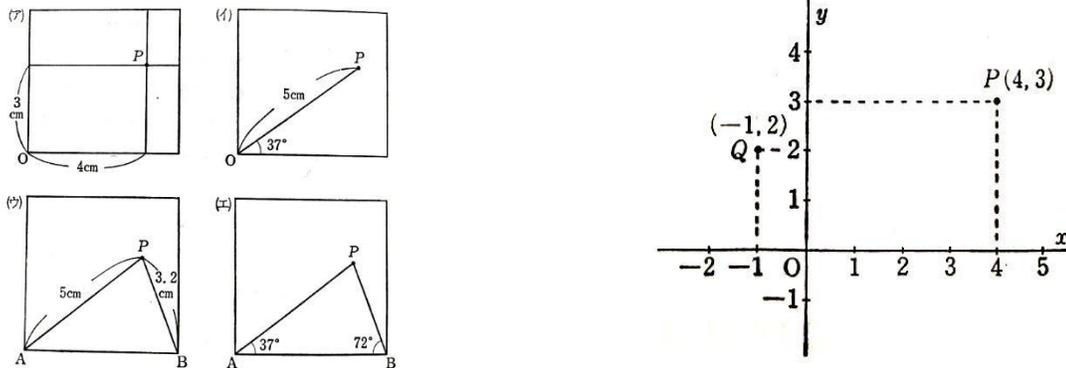
De Odaka et al. (1982):

Há um quadrado de 6 cm de lado. P está dentro e Q está fora dele.

- 1) Vamos considerar as maneiras de explicar a posição de P.
- 2) Vamos considerar as maneiras de explicar a posição de Q.



Possíveis soluções para 1): Após a conclusão final 2) Objetivo (Esquema): A posição é representada pelo eixo.



Fonte: Odaka et al. (1970) e Odaka et al. (1982)

Na Figura 12, o grupo de Odaka tentou concretizar a ideia da Figura 8 da integração de geometria e álgebra, com base em seu LS. As seqüências de tarefas de Odaka de 1970 e 1982 não são as mesmas, e o objetivo também não é o mesmo. Odaka de 1970 só perguntou as posições dos pontos dentro da figura. A discussão concentrou-se mais em determinadas condições, como linhas (lados) em (1) e ponto (centro) em (2). Depois de vários LS, revisaram a seqüência de tarefas para a introdução de Eixos, como Odaka de 1982. Em primeiro lugar, os alunos pensam em várias maneiras possíveis de representar um ponto interno P. Em segundo lugar, eles aplicam suas ideias a Q e, finalmente, concluem que estender os segmentos para as linhas é a forma mais simples e suficiente: é o Eixo Cartesiano. Ao mesmo tempo, os alunos podem discutir outras ideias para sistema ainda não conhecido de eixos, como o plano complexo.

Esta interessante Tarefa de 1982 na Figura 12 também foi incorporada ao livro didático do aluno sob os Parâmetros Nacionais. No entanto, as vendas não foram boas porque, do ponto de vista de aprender a operação algébrica das funções, os professores preferiam ensinar função logo após Álgebra, e não após aprender Álgebra e Geometria. Para a nova geração de professores, a ordem Álgebra, Função e Geometria é considerada melhor para enriquecer as habilidades algébricas dos alunos e eles não conheciam a discussão histórica da integração de assuntos na Figura 8.

5.2. Terminologia para Explicar o Currículo e a Sequência de Tarefas

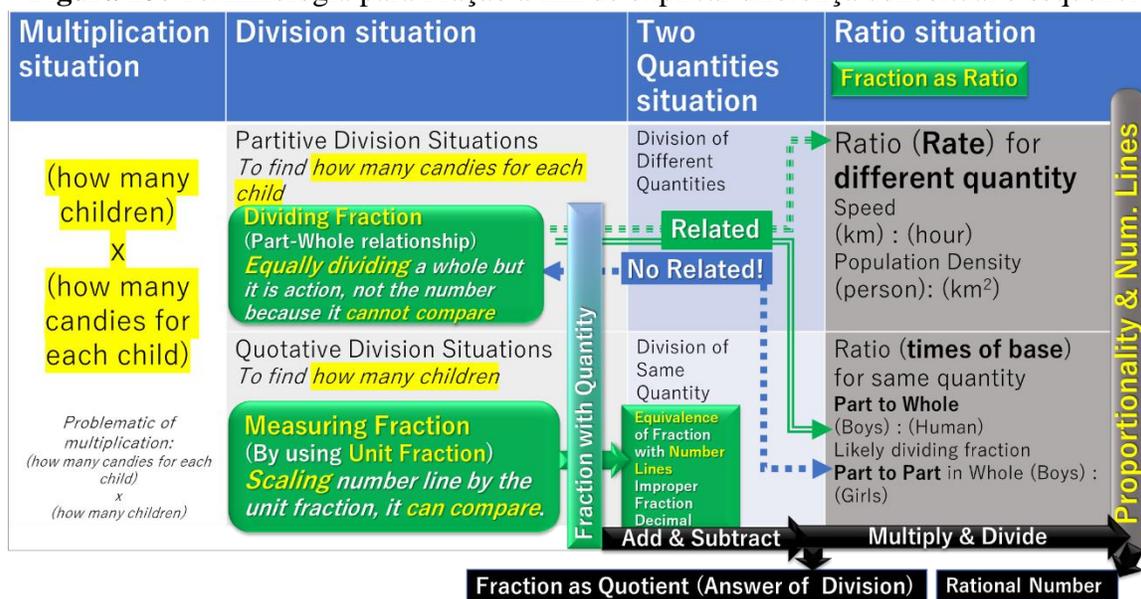
O LS japonês produziu a Terminologia necessária que distingue diferenças conceituais e seu desenvolvimento sequencial no currículo. Ela faz parte da teoria para a educação matemática na escola primária com LS. Inclui os termos técnicos para distinguir diferenças conceituais, como diferentes significados de multiplicação e as representações, como Diagrama de Fita e Retas Numéricas Proporcionais, para superar essas diferenças. É preciso explicar o processo de reorganização dos conceitos na seqüência curricular. Os japoneses estabeleceram a maior parte dela entre 1900 e 1960, conforme registrado nas edições especiais do *Journal of Mathematics Education* publicado pela Japan Society of Mathematical Education, em 2010.

Por meio do LS baseado na escola, os professores japoneses aprendem a explicar por que planejaram uma tal tarefa e perguntas para desenvolver alunos que aprendem matemática por e para si mesmos. Mesmo quando os Parâmetros Nacionais indicam o conteúdo que devem ensinar, não explicam bem por que devem ensiná-lo na ordem planejada de seqüência de tarefas.

Para desenvolver e promover o pensamento dos alunos, o professor deve usar o que os alunos já aprenderam.

A Figura 13 é uma Terminologia no caso de Fração. Se o leitor identificar alguma palavra desconhecida, ela é uma terminologia que foi estabelecida para o LS (Isoda, 2021). A Terminologia permite distinguir diferenças conceituais e sua sequência. A teoria de Esquema de Odaka também orientou tal terminologia.

Figura 13: Terminologia para Fração a fim de explicar diferença conceitual e sequência



Fonte: Isoda (2021)

O princípio dos parâmetros curriculares japoneses de “extensão e integração” é orientado para melhorar as atividades matemáticas e desenvolver o pensamento matemático. Corresponde ao princípio da reinvenção de Freudenthal (1973), que propôs a matematização como a reorganização da experiência matemática (Isoda, 2018).

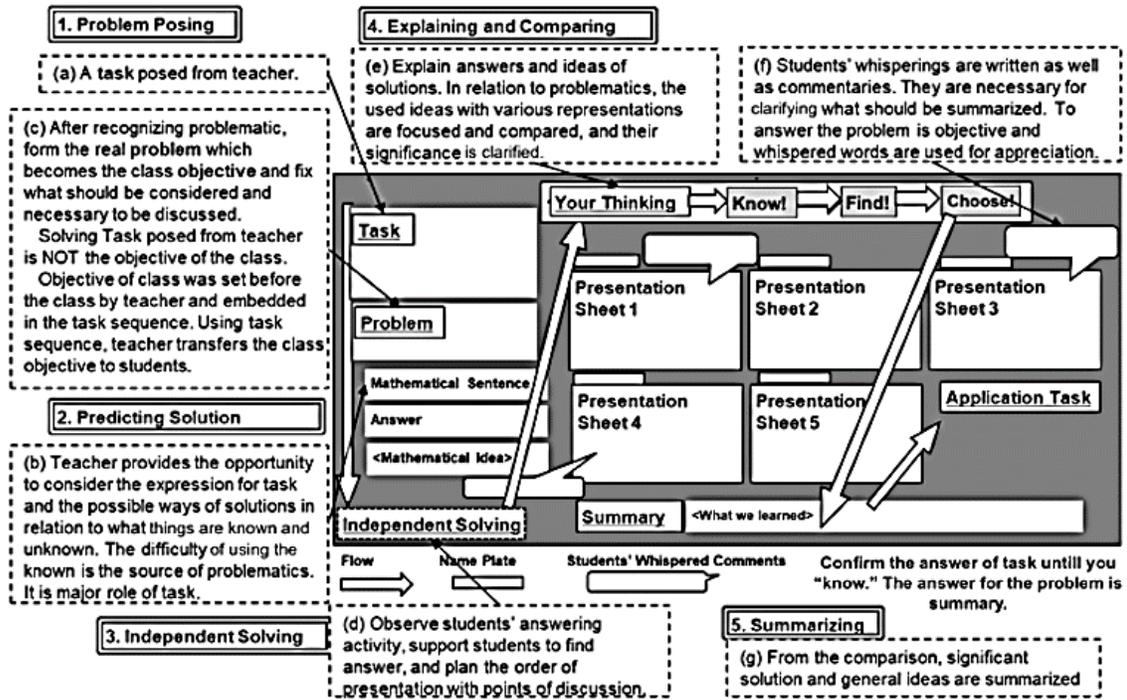
Sob este princípio, o currículo escolar de matemática pode ser visto como um conjunto de teorias matemáticas locais parcialmente ordenadas, como uma rede que é consistente dentro de cada teoria local como um nó. No entanto, ao estender e integrar as teorias locais, a rede apresenta algumas inconsistências ao conectar as teorias locais, como fios emaranhados entre os nós da Figura 10. Além dessas inconsistências, o quadro estrutural do pensamento matemático de Katagiri salientou o modo de pensar, atitude e valores que deveria ser necessário desenvolver consistentemente para além das contradições. Isso significa que a estrutura do pensamento matemático funciona como a Estrutura do Letramento Matemático.

6. Ensinar através da Resolução de Problemas: Implementação do Currículo

A Abordagem Japonesa de Resolução de Problemas (Japanese Problem-Solving Approach – PSA) é conhecida como o ensino da matemática através da resolução de problemas. A Abordagem Aberta de Nohda, N (2000) e a Abordagem Aberta de Becker e Shimada (1997, em japonês 1977) também são conhecidas como parte da PSA. Essas abordagens são produtos de LS de professores que tentaram ensinar matemática por meio de argumentos matemáticos como a dialética dos alunos, através de gerações. De fato, Shimada é um dos colaboradores da Figura 8, antes da Segunda Guerra Mundial. É o produto do LS antes da Segunda Guerra Mundial com os esforços das escolas, que a prática atual do PSA em cada LS escolar pode ser vista em todo o Japão, desde 1980. O significado estreito de PSA é diferenciado da Abordagem Aberta porque o PSA é exatamente planejado para reorganizar a matemática usando o que os alunos já aprenderam antes, sob o currículo e por meio de uma sequência de tarefas.

A PSA distingue a Tarefa, que é dada pelo professor, da Problemática, que é reconhecida pelos alunos como desconhecida. A problemática, em outras palavras, constitui a dificuldade e os desafios para os alunos, e é planejada pelo professor da turma com base na unidade de conteúdo e no planejamento anual por meio da sequência de tarefas, de modo que a superação da própria problemática seja um objetivo da aula planejada. A Figura 14 é um quadro de amostra que utiliza o formato de PSA.

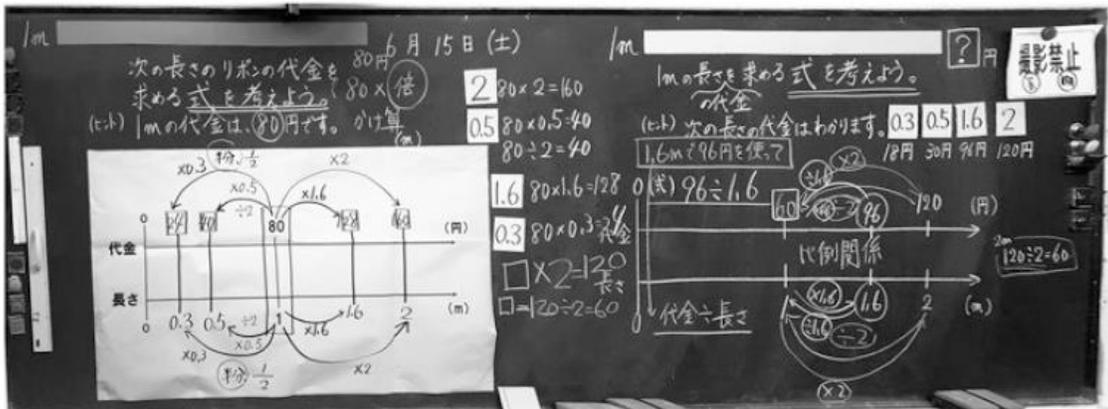
Figura 14: Quadro registrando o plano de aula: o professor nunca apaga a lousa para fins de reflexão.



Fonte: Isoda e Katagiri (2012, p. 16)

A Figura 15 corresponde ao caso de proporcionalidade de Seiyama, que utiliza dois significados da divisão. Seiyama é um professor bem conhecido pelo vídeo JICA-LS no YouTube, que possui legendas em vários idiomas.

Figura 15: LS utilizando Retas Numéricas Proporcionais desde 1960. (Aula aberta de Seiyama - 2019)



Fonte: Isoda e Olfos (2021, p. 95)

7. Considerações Finais: Próximos Passos como Desafios Internacionais

O PSA japonês é conhecido internacionalmente como um modelo de abordagem para LS. No entanto, para muitos países não é fácil demonstrar tal lição, mesmo que seja possível implementar a Abordagem Aberta para LS. As aulas de Abordagem Aberta demonstram aprendizagem colaborativa, por isso é bom para desenvolver uma comunidade de aprendizagem. No entanto, é raro ver a argumentação/dialética entre os alunos, que é a verdadeira atividade matemática autêntica. A principal diferença é que a Abordagem Aberta se concentra em resolver uma determinada tarefa em si, mesmo que as pessoas a chamem de situação-problema. No PSA, os alunos são instados a resolver situações problemáticas para eles e, no caminho da resolução como objetivo, tornam-se capazes de se envolver em argumentos matemáticos. Mesmo que seja dada uma tarefa, uma problemática com a busca do desconhecido deve ser colocada pelos alunos.

Para um PSA desafiador, precisamos de uma correta e adequada *Terminologia*, *Sequência de Tarefas* e *Necessidade de Resolver a Tarefa* com base no que os alunos já aprenderam. E ao escolher um PSA preferido, o professor deve explicar claramente seu objetivo ao escolhê-lo. Com base nessa demanda, Isoda desenvolveu a estrutura curricular para o Sudeste Asiático, os livros de treinamento de professores para resolução de problemas e adaptou livros didáticos na Tailândia, Indonésia (Nacional) e Chile (Nacional) com a colaboração de pesquisadores líderes e ministérios, e se envolve em LS.

Especialmente no âmbito da Rede LS da Asian Pacific Economic Cooperation – APEC e da Rede Escolar da Southeast Asia Ministers of Education Organization – SEAMEO, o Center for Research on International Cooperation in Educational Development – CRICED, da Universidade de Tsukuba, no Japão, abriu recentemente cursos on-line para a formação de professores no YouTube, que já registrou mais de 10.000 usuários de 38 países (<http://criced.tsukuba.ac.jp/en>). O estabelecimento da comunidade LS no Brasil usando essas ferramentas é um grande sonho que será realizado através das colaborações.

Referências

- Becker, J., & Shimada, S. (1997). *Open-Ended Approach: A New Proposal for Teaching Mathematics* (7. ed.). National Council of Teachers of Mathematics.
- Bartolini-Bussi, M. G.; Taimina, D.; Isoda, M. (2010). Concrete Models and Dynamic Instruments as Early Technology Tools in Classrooms at the Dawn of ICMI: From Felix

- Klein to Present Applications in Mathematics Classrooms in Different parts of the World. *ZDM Mathematics Education*, 42, 19-31.
- Chokshi, S., & Fernandez, C. (2004). Challenges to Importing Japanese Lesson Study: Concerns, Misconceptions and Nuances. *Phi Delta Kappan*, 85, 520-525.
- Fernandez., & Yoshida, M. (2004). *Lesson Study: a Japanese Approach to Improving Mathematics Teaching and Learning*. Lawrence Erlbaum Associates.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an Educational Task*. D. Reidel Publishing Company.
- Hiebert, J. (Ed.). (1986). *Conceptual and Procedural Knowledge: The Case of Mathematics*. Lawrence Erlbaum Associates.
- Isoda, M. (1996). *Problem Solving Approach beyond Cognitive Conflicts Based on Conceptual and Procedural Knowledge at Primary School*. (Escrito em japonês).
- Isoda, M. (2009). Theory of Conceptual and Procedural Knowledge into Japanese Problem-Solving Approach. In C. Litwin (Ed.), *Proceedings of the Conference on Mathematics Teaching and Assessment*. Hong Kong Institute of Education.
- Isoda, M. (2012). Introductory chapter: Problem Solving Approach to Develop Mathematical Thinking. In M. Isoda, & S. Katagiri (Eds.), *Mathematical Thinking: How to Develop it in the Classroom* (pp. 1-28). World Scientific.
- Isoda, M. (2015). The Science of Lesson Study in the Problem-Solving Approach. In M. Inprasitha, M. Isoda, P. Wang-Iverson, & B. Yap (Eds.), *Lesson Study: Challenges Of Mathematics Education* (pp. 81-108). World Scientific.
- Isoda, M. (2018). Mathematization: A Theory for Curriculum Design. In M. Kawazoe (Ed.), *Proceedings of the International Workshop on Mathematics Education for Non-Mathematics Students Developing Advanced Mathematical Literacy* (pp. 27-34). http://iwme.jp/pdf/Proceedings_IWME2018.pdf
- Isoda, M. (2020). Producing Theories for Mathematics Education through Collaboration: A Historical Development of Japanese Lesson Study. In H. Borko, D. Potari (Eds.), *Proceedings of 25 ICMI Studies: Teachers of Mathematics Working and Learning in Collaborative Groups* (pp. 15-22). University of Lisbon.
- Isoda, M.. (2016). Dialectic on the Problem-Solving Approach: Illustrating Hermeneutics as the Ground Theory for Lesson Study in Mathematics Education. In S. J. Cho (Ed.), *Selected regular lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 355-381). Springer.
- Isoda, M. (2019). The Road of the German Book *Praktische Analysis* into Japanese Secondary School Mathematics Textbooks (1943-1944): An Influence of the Felix Klein Movement on Asia. In H. Weigand, W. Mccallum, M. Menghini, M. Neubrand, & G. Schubring (Eds.), *The Legacy of Felix Klein*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-99386-7>

- Isoda, M. (1992). *Designing Problem Solving Approach with Cognitive Conflict and Appreciation*. Hokkaido University of Education. (Escrito em japonês).
- Isoda, M., & Katagiri, S. (Eds.). (2016). *Pensamiento Matemático: Cómo Desarrollarlo en la Sala de Clases* (2ª. ed.). CIAE (Centro de Investigación Avanzada en Educación), Universidad de Chile.
- Isoda, M., & Katagiri, S. (Eds.). (2012). *Mathematical Thinking: How to Develop it in the Classroom*. Monographs on Lesson Study for Teaching Mathematics and Sciences, 1. World Scientific.
- Isoda, M., & Olfos, R. (2009). *El Enfoque de Resolución de Problemas en la Enseñanza de la Matemática a partir del Estudio de Clases* (Problem Solving Approach: Mathematics Teaching on Lesson Study). Ediciones Universitarias de Valparaíso.
- Isoda, M., & Olfos, R. (2021). *Teaching Multiplication with Lesson Study*. Springer.
- Isoda, M.; Stephens, M.; Ohara, Y., & Miyakawa, T. (Eds.) (2007). *Japanese Lesson Study in Mathematics: Its Impact, Diversity and Potential for Educational Improvement*. World Scientific.
- Ito, T. (1968). *Modernization of Teaching Problem Solving*. Meijitoshō. (Escrito em japonês). (1971, versão em língua inglesa).
- Ito, T. (1971). The Theory and Methods on Discovery Teaching. *Journal of Saitama University, Science of Education*, 20, 75-88.
- Katagiri, S., Sakurai, T., Takahasi, E., & Oshima, T. (1971). *Mathematical Thinking and its Teaching at Primary School*. Kindasishinsyo.
- Katagiri, S.; Sakurai, T., & Takahasi, E. (1969). Mathematical Thinking and its Teaching. *Journal of the Research Institute of Education for Capital Tokyo*, 1, 83-155.
- Kobayashi, M. (1989). *New Ideas of Teaching Mathematics in Japan*. Chyuo Daigaku Publisher.
- Mangao, D. D.; Ahmad, N. J., & Isoda, M. (2017). *SEAMEO Basic Education Standards (SEA-BES): Common Core Regional Learning Standards (CCRLS) in Mathematics and Science*. SEAMEO-RECSAM. [http://www.recsam.edu.my/sub_SEA-BES/images/docs/CCRLS Report. pdf](http://www.recsam.edu.my/sub_SEA-BES/images/docs/CCRLS_Report.pdf).
- Ministry of Education (1947). *Course of Study for School Mathematics* (Recommendation). Ministry of Education of Japan.
- Ministry of Education (1956). *Course of Study for High School Mathematics*. Ministry of Education of Japan.

- Nohda, N. (2000). Teaching by Open-Approach Method in Japanese Mathematics Classroom. In T. Nakahara, & M. Koyama (Eds.). *Proceeding of the 24th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME 24)* (pp. 39-54). Hiroshima University.
- Odaka, T. (1969, 1975, 1979, 1980). *School Mathematics Study Society at the Junior Secondary School of the Tokyo University of Education: Experimental Study of New Mathematics – Planning*. Kindaishinsho.
- Odaka, T., & Okamoto, K. (1982). *Task Sequence for Junior Secondary School Mathematics Lessons: Exemplar Approach Based on Schema Theory*. Tokyokan.
- Polya, G. (1945). *How to Solve it*. Princeton University Press.
- Shimizu, S. (1984). Designing Mathematics Education for Students who Learn Mathematics by and for Themselves. *Epsilon: Mathematics Education Journal of the Aichi University of Education*, 26, 92-114.
- Smith, A., & Mikami Y. (1914). *A History of Japanese Mathematics*. Open Court.
- Stigler, J. W., & Hiebert, J. (1999). *The Teaching Gap: Best Ideas from the World's Teachers for Improving Education in the Classroom*. The Free Press.
- Wakabayashi, T., & Shirai, T. (1883). *Revision of Teaching*. Fukusha. (Escrito em japonês).
- Watanabe, T. (2018). Japanese Lesson Study in the United States: Looking Back and Looking Ahead. *Educational Designer*, 3(11). <http://www.educationaldesigner.org/ed/volume3/issue11/article43>.

Autores

Masami Isoda

Bacharelado em Matemática. University of Tsukuba
Mestrado em Educação. University of Tsukuba
Doutorado em Educação. Waseda University
University of Tsukuba
CRICED, Lesson Study
isodamasami@yahoo.co.jp
<https://orcid.org/0000-0002-0017-3935>

Yuriko Yamamoto Baldin

Bacharelado e Licenciatura em Matemática. IMECC-UNICAMP
Mestrado em Matemática. IMECC-UNICAMP
Doutorado em Matemática. IMECC-UNICAMP
Departamento de Matemática/CCET/UFSCar
GIPEM – Formação de Professores, Lesson Study, Materiais didáticos/Tecnologia/Ensino
yuriko@ufscar.br
<https://orcid.org/0000-0001-7473-5657>

Como citar o artigo:

ISODA, M., & BALDIN. Y. Y. Lesson Study Japonês, sua Natureza e seu Impacto no Ensino e na Aprendizagem da Matemática. **Revista Paradigma**, Vol. XLIV, Edición Temática Estudio de Clases: Contribuciones ..., mayo de 2023. <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2023.p5-35.id1410>