

La Didáctica de las Matemáticas: desde las primeras inquietudes con la enseñanza de las Matemáticas hasta su constitución como corpus teórico

Claudia Maria Witt

claudiamariaw@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0003-4132-5912>

Universidade Federal do Paraná (UFPR)

Curitiba, Brasil.

Maria Lucia Panossian

mlpanossian@utfpr.edu.br

<https://orcid.org/0000-0001-5847-4485>

Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR)

Curitiba, Brasil.

Recibido: 12/12/2021 **Aceptado:** 06/02/2022

Resumen

Este texto presenta el estudio teórico y bibliográfico realizado con el objetivo de identificar, a juicio de varios investigadores del área, las comprensiones sobre el significado atribuido a la Didáctica de las Matemáticas. Inicialmente, dirigimos nuestra mirada a los registros históricos que permitirían rescatar las primeras inquietudes con la enseñanza de las Matemáticas. Estos revelan las raíces del área de Didáctica de las Matemáticas, que se fortaleció a partir de la constitución del IREM en Francia y de la propuesta de teorización didáctica de Brousseau. Al mismo tiempo, se estaban realizando investigaciones en otros países que buscaban posibles soluciones a problemas relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas. Estos y los desarrollados en el contexto francés se profundizaron y, con el tiempo, se difundieron. Realizamos un extracto de la investigación doctoral en curso y presentamos, en este texto, los entendimientos de algunos investigadores en el área investigada. Se identifica que el significado atribuido a Didáctica de las Matemáticas ha tomado dos posiciones: como sinónimo de Educación Matemática o como subárea, rama de la cual surge la disciplina de Didáctica de las Matemáticas insertada en alguna carrera de Licenciatura en Matemáticas.

Palabras clave: Preocupaciones por la enseñanza de las matemáticas. Historia de la Educación Matemática. Significado dado a la Didáctica de las Matemáticas.

A Didática da Matemática: das primeiras preocupações com o ensino da Matemática à sua constituição como *corpus* teórico

Resumo

Este texto apresenta o estudo teórico e bibliográfico realizado com o objetivo de identificar, na visão de vários pesquisadores da área, as compreensões sobre o significado atribuído à Didática da Matemática. Inicialmente, direcionamos os nossos olhares para os registros históricos que possibilitassem um resgate das primeiras preocupações com o ensino da Matemática. Estes revelam as raízes da área Didática da Matemática que ganha força a partir da constituição do

IREM na França e da proposta de teorização didática de Brousseau. Paralelamente, desenvolviam-se em outros países, pesquisas que buscavam possíveis soluções aos problemas relacionados com o ensino e a aprendizagem da Matemática. Estas e as desenvolvidas no âmbito francês foram aprofundadas e, no decorrer do tempo, disseminadas. Fizemos um recorte da pesquisa de doutorado em desenvolvimento e apresentamos, neste texto, as compreensões de alguns pesquisadores da área investigados. Identifica-se que o significado atribuído à Didática da Matemática tem assumido dois posicionamentos: como sinônimo de Educação Matemática ou como subárea, ramo desta e do qual emerge a disciplina Didática da Matemática inserida em alguns cursos de Licenciatura em Matemática.

Palavras-chave: Preocupações com o ensino da Matemática. Histórico da Educação Matemática. Significado atribuído à Didática da Matemática.

The Didactics of Mathematics: from the first concerns with the teaching of Mathematics to its constitution as a theoretical corpus

Abstract

This text presents the theoretical and bibliographic study carried out with the aim of identifying, in the view of several researchers in the area, the understandings about the meaning attributed to Didactics of Mathematics. Initially, we directed our eyes to the historical records that would enable a rescue of the first concerns with the teaching of Mathematics. These reveal the roots of the Didactics area of Mathematics, which gained strength from the constitution of the IREM in France and from Brousseau's didactic theorization proposal. At the same time, research was being carried out in other countries that sought possible solutions to problems related to teaching and learning Mathematics. These and those developed in the French context were deepened and, over time, disseminated. We made an excerpt from the doctoral research in progress and present, in this text, the understandings of some researchers in the area investigated. It is identified that the meaning attributed to Didactics of Mathematics has taken on two positions: as a synonym for Mathematics Education or as a sub-area, branch of which emerges the Didactics of Mathematics discipline inserted in some Licentiate Degree in Mathematics courses.

Keywords: Concerns about teaching Mathematics. History of Mathematics Education. Meaning attributed to Didactics of Mathematics.

Introdução

O estudo teórico e bibliográfico realizado e apresentado neste texto foi conduzido com o objetivo de identificar, na visão de vários pesquisadores da área, as compreensões sobre o significado atribuído à Didática da Matemática. Buscamos as raízes da constituição da área, perpassando alguns momentos históricos da Educação Matemática e resgatando as primeiras preocupações com o ensino da matemática até chegarmos a proposta de teorização didática de Guy Brousseau na França. Investigamos a produção de vários pesquisadores em outros países, em busca de suas compreensões. O critério de seleção foi o uso do termo Didática da Matemática

nas pesquisas que desenvolvem e produções derivadas. Para este texto, fizemos um recorte da pesquisa de doutorado em desenvolvimento, selecionando as investigações empreendidas por Bruno D'Amore (2007) na Itália, Juan Díaz Godino (2010) e Luis Rico Romero (2007, 2012) na Espanha, Luiz Carlos Pais (2015) e Saddo Ag Almouloud (2007) no Brasil, de modo que sintetizem as compreensões que têm sido assumidas nacional e internacionalmente.

Um resgate das primeiras preocupações com o ensino da Matemática, a constituição do IREM e o início da teorização da didática da matemática

As preocupações com o ensino da Matemática¹ vem desde a antiguidade, sendo um dos primeiros registros encontrado no Livro VII de *A República* de Platão (Miguel *et al.*, 2004). Nele, Platão escreveu “[...] *sobre o papel da matemática na formação do filósofo governante, [concluindo que] o objetivo do processo de ensino da matemática, o ‘para quê’ educar, vai além da questão de desenvolvimento de uma capacidade de raciocínio matemático e compreende um projeto antropológico*” (Zatti, 2017, p. 235, 229, destaque do autor). Isso porque a matemática era caracterizada “[...] *como a ciência que ‘conduz naturalmente à inteligência’ [e] que ‘[...] é natural que esta ciência nos seja realmente indispensável, uma vez que se torna claro que obriga a alma a servir-se da inteligência em si [...]’*” (Zatti, 2017, p. 229, destaques do autor). Seu papel formativo, como elemento essencial da constituição do modelo de homem proposto por Platão, não limitava-se “[...] *ao seu uso estratégico, mas principalmente no papel que elas têm de ‘despertar o pensamento do homem’ e de compor um itinerário pedagógico de formação do humano*” (Zatti, 2017, p. 229, destaque do autor).

Porém, as preocupações com o ensino da Matemática foram melhor focalizadas na

[...] Idade Média, no Renascimento e nos primeiros tempos da Idade Moderna [sendo], somente a partir das três grandes revoluções da modernidade – a Revolução Industrial (1767), a Revolução Americana (1776) e a Revolução Francesa (1789) – que as preocupações com a educação matemática da juventude começam a tomar corpo (Miguel *et al.*, 2004, p. 71).

É na transição do século XIX para o século XX que se identificou a educação matemática como uma nova área de pesquisa prioritária na educação (Miguel *et al.*, 2004). Este impulso

¹ Neste texto assumimos a grafia das palavras Matemática, Educação Matemática e Didática da Matemática de dois modos distintos. Com iniciais maiúsculas referindo-se à área de conhecimento e pesquisa ou disciplina e com iniciais minúsculas quando for conhecimento matemático, educação matemática no sentido de ensino e conhecimento em didática da matemática. No entanto, será preservada nas citações a grafia utilizada pelos autores a quem fazemos referência.

deveu-se a John Dewey (1859 - 1952), um dos principais filósofos da educação estadunidense apesar da pouca atenção conferida às suas contribuições no campo da educação matemática (Rabelo, 2018). Estas emergiram com a publicação em 1895 do livro *Psicologia do número* em parceria com James Alexander McLellan, no qual tratavam teoricamente, “*da relevância da abordagem psicológica, a natureza do número e sua origem e diversos aspectos que se relacionam à ideia numérica e seu desenvolvimento*” (Rabelo, 2018, p. 212). A proposta de Dewey evidenciava “*uma reação contra o formalismo e uma relação não tensa, mas cooperativa, entre aluno e professor, e uma integração entre todas as disciplinas*” (Miguel *et al.*, 2004, p. 71), pois “*aponta[va]m para a potencialidade social da aritmética [...] ao inserir os estudantes nas realidades do ambiente social [e referindo-se] às experiências baseadas em práticas decorrentes de princípios racionais [em que] a psicologia desempenha o papel de tornar a experiência racional*” (Rabelo, 2018, p. 212). Algumas críticas foram tecidas em relação à esta obra e Dewey reconheceu, a partir da psicologia, a necessidade de diálogo entre esta e a matemática respondendo que

Se os psicólogos se arriscarem a alguns descuidos em torno de conceitos matemáticos, e os matemáticos reconhecerem a relevância da demanda psicológica e se aventurarem a alguns descuidos daquele lado, ambos os grupos não apenas podem chegar a um entendimento como o ensino de matemática pode conseguir o que tanto lhe falta atualmente, alguma conexão com as necessidades psíquicas e atitudes daqueles sob instrução (Dewey, 1896a, p. 288-299 *apud* Rabelo, 2018, p. 217).

Neste contexto de discussões promoveu-se o I Congresso Internacional de Matemática em Zurique em 1897 que, a partir de 1900 passou a ser realizado a cada quatro anos, sendo interrompido devido às duas Guerras Mundiais (Souza, 2010).

Um outro fato foi protagonizado por John Perry, que em uma reunião da British Association em Glasgow em 1901, afirmou ser importante considerar um método elementar de ensino que satisfizesse os jovens que gostavam de raciocínio abstrato, sem prejudicar aqueles que não gostavam (Miguel *et al.*, 2004). Na ocasião, Perry lamentou o conflito que se instaurou entre matemáticos e educadores diante de sua afirmação de que seria “[...] *o matemático quem decide que assuntos devem ser ensinados nas escolas para os cientistas e os engenheiros, e que é ele mesmo, o matemático, que forma os professores para esse ensino*” (Miguel *et al.*, 2004, p. 71).

As opiniões sobre as reformas da educação divergiam e instigaram importantes pesquisadores matemáticos a se interessarem pelo ensino da matemática. Entre eles estava “o

casal de ingleses Grace Emily Chisholm Young (1868 - 1944) e William Henry Young (1879 - 1932), que no livro *Beginner's book of geometry*, publicado em 1904, propuseram [...] o concreto auxiliando o ensino da geometria abstrata” (Miguel *et al.*, 2004, p. 71). A proposta do casal considerava a educação dos próprios filhos e Grace foi a primeira mulher a receber um doutorado na Alemanha em 1895. Ela, juntamente com seu esposo William, publicaram outros dois livros de matemática além de mais de 200 artigos (Eves, 2004).

Eliakim Hastings Moore (1862 - 1932), outro matemático importante também escreveu sobre educação, propondo em 1902, “*um novo programa, incluindo um sistema de instrução integrada em matemática e física, baseado em um laboratório permanente, cujos principais objetivos são desenvolver ao máximo o verdadeiro espírito de pesquisa [...]*” (Miguel *et al.*, 2004, p. 71). Contudo,

[...] o passo mais importante no estabelecimento da educação matemática como uma disciplina é devido à contribuição do eminente matemático alemão Felix Klein (1849-1925), que publicou, em 1908, um livro seminal, *Matemática elementar de um ponto de vista avançado*. Klein defende uma apresentação nas escolas que se atenha mais a bases psicológicas que sistemáticas. Diz que o professor deve, por assim dizer, ser um diplomata, levando em conta o processo psíquico do aluno, para poder agarrar seu interesse. Afirma que o professor só terá sucesso se apresentar as coisas de uma forma intuitivamente compreensível (Miguel *et al.*, 2004, p. 71-72).

As ideias propostas por Klein já vinham ganhando vulto muito antes disso. Em 1872, quando foi nomeado professor titular da Faculdade de Filosofia e membro do Conselho da Universidade de Erlangen, proferiu uma palestra de apresentação expressando sua visão pedagógica da unidade de todo o conhecimento como ideal para uma educação completa (Eves, 2004; Souza, 2010). Klein compreendia a Matemática tal como a Ciência, como processo que se assemelha a um organismo vivo, impregnado de condição humana e subordinada às necessidades do homem que busca “*respostas e modelos pelos quais [ele] anseia para entender seu Universo*” (Beltrão, 2009). Suas contribuições influenciaram o desenvolvimento da Matemática no mundo, com reconhecimento de que “[...] não existira professor tão influente, pois além de dar aulas entusiasmantes, Klein se preocupava com o ensino da matemática em muitos níveis e exerceu forte influência em círculos pedagógicos” (Boyer, 2003 *apud* Souza, 2010, p. 16).

Com a criação da Comissão Internacional de Instrução Matemática, conhecida pela sigla ICMI - do inglês International Commission on Mathematical Instruction, liderada por Felix Klein, durante o IV Congresso Internacional de Matemáticos de 1908, em Roma, tem-se um

espaço adequado para a educação matemática, com possibilidades de acompanhar as comunicações sobre as reformas curriculares, bem como, organizar e investigar o movimento internacional da reforma (Miguel *et al.*, 2004; Souza, 2010). Foi a primeira vez “*em uma reunião de matemáticos [que] foram apresentadas preocupações com o ensino e a aprendizagem dessa ciência*” (Antunes, Merli & Nogueira, 2019, p. 4). Um dos objetivos desse movimento foi a “*reorganização dos métodos de ensino com ênfase na intuição, nas aplicações e na geometria analítica*” (Souza, 2010, p. 8). A criação dessa comissão tornou-se um marco para a consolidação da educação matemática como uma subárea da Matemática e da Educação, fomentando debates intensos que impulsionaram o ensino da Matemática, tanto no que se refere aos “[...] *questionamentos dos novos conteúdos propostos, mas também pelo desenvolvimento da metodologia de ensino e da Didática*” (Varizo, 2013, p. 50-51).

O Brasil foi convidado a participar do V Congresso Internacional de Matemática realizado na Inglaterra em 1912, sendo representado pelo professor Eugênio de Barros Raja Gabaglia, o qual “*se mostrava mais interessado em mudanças curriculares no ensino de matemática*” (Souza, 2010, p. 41). Ficou responsável por enviar relatório à comissão sobre o ensino de matemática no Brasil mas não o fez e o único relatório entregue vindo da América do Sul foi o da Argentina. Fato indicativo de que “[...] *nenhuma das discussões relativas à modernização do ensino de matemática debatidas nos congressos do movimento internacional de reforma do ensino de matemática foram trazidas ao Brasil [...]*” (Souza, 2010, p. 8).

O período entre a Revolução Francesa (1789 - 1799) e o final da Primeira Guerra Mundial (1918) foi marcado por profunda revolução social e do conhecimento matemático, conferindo uma posição de destaque ao ensino da Matemática, “*haja vista o grande número de estudiosos que [...] dedicou-se a buscar a compreensão do que é ensinar e como ensinar [...]*” (Varizo, 2013, p. 46). Movimento revolucionário que, em sua primeira fase, impulsionou pesquisas e discussões e que “*podemos dizer que data dessa época o movimento da primeira reforma do ensino da Matemática que, já no seu nascedouro, foi questionada*” (Varizo, 2013, p. 50). Em sua segunda fase, após o final da I Guerra Mundial, por volta da metade da década de 1920, as discussões foram retomadas (Claras & Pinto, 2008) e os reflexos da intensa reflexão de natureza filosófica e de pesquisas foram percebidos em outros países da Europa e nos Estados Unidos, sustentadas em bases teóricas de aprendizagem desenvolvidas por psicólogos como

Jean William Fritz Piaget, Robert Mills Gagné e Jerome Seymour Bruner, Burrhus Frederic Skinner (Miguel *et al.*, 2004).

Nos Estados Unidos, por exemplo, após a criação do ICMI fundou-se a American Educational Research Association (AERA) em 1916 e o National Council of Teachers of Mathematics (Conselho Nacional de Professores de Matemática - NCTM) em 1920. Este registrou a presença de autores de livros didáticos maior que de pesquisadores em educação matemática, pois apesar do seu intenso crescimento, estas tinham uma importância menor (Miguel *et al.*, 2004). No entanto, o NCTM, desde sua fundação buscou empreender estudos sobre propostas do que deveria ser importante na Educação Matemática, chamando-as de “*Principles and Standards for School Mathematics, Princípios e Padrões para a Matemática Escolar*” (Onuchic, 2004, p. 4). Definiram-se seis princípios e dez padrões que precisariam ser considerados em relação ao ensino e a aprendizagem da Matemática (Onuchic, 2004), sendo os seis princípios: Equidade, Currículo, Ensino, Aprendizagem, Avaliação e Tecnologia, os quais constituíram-se no norte para se pensar

[...] questões cruciais que, embora não sejam específicas da matemática escolar, estão profundamente interconectadas com os currículos de matemática. Devem ser levados em consideração no desenvolvimento das propostas curriculares, na seleção dos materiais, no planejamento das unidades didáticas, no desenho das avaliações, nas decisões instrucionais nas aulas e no estabelecimento de programas de apoio ao desenvolvimento profissional dos professores (Godino, Batanero & Font, 2004, p. 12, tradução nossa²).

Os dez padrões descreviam “*um corpo coerente de conhecimentos e habilidades – uma base abrangente recomendada para todos os alunos, mais do que um menu a partir do qual se pode fazer escolhas curriculares*” (Onuchic, 2004, p. 4). Contemplavam a descrição do que deve ser trabalhado em Matemática de modo a conduzir os estudantes a entendê-la e poder aplicá-la em outros contextos e ações, bem como, apontavam para a compreensão, o conhecimento e as habilidades que os alunos precisavam adquirir no decorrer de sua escolaridade (Onuchic, 2004). Estes foram divididos em

[...] cinco padrões de conteúdo: Números e Operações, Álgebra, Geometria, Medida e Análise de Dados e Probabilidade, que explicitamente descrevem o conteúdo de Matemática que os alunos deveriam aprender [e] cinco padrões de procedimento: Resolução de Problemas, Raciocínio e Prova, Comunicação, Conexões e Representação, que destacam meios de se adquirir e de saber usar o conteúdo do conhecimento construído (Onuchic, 2004, p. 4).

² Todas as traduções constantes neste texto são responsabilidade nossa.

Estes princípios e padrões mantêm-se inalterados pois ainda hoje continua sendo muito importante “*saber trabalhar Matemática, em sala de aula, [...] e saber o quê e como se deve trabalhar apresenta-se como um desafio para os educadores matemáticos*” (Onuchic, 2004, p. 3).

No Brasil as mudanças mais significativas e com uma maior ênfase no currículo da matemática foram propostas por Euclides de Medeiros Guimarães Roxo (1890 - 1950), considerado o primeiro educador matemático brasileiro. Estas buscavam “*uma nova reorganização dos conteúdos, visando um ensino de matemática, centrado primeiramente na intuição e, só depois do aluno compreender os conceitos mais simples, tratar esse ensino de forma mais abstrata*” (Souza, 2010, p. 45). Apesar das duras críticas à sua proposta e das divergências que surgiram, ela repercutiu nacionalmente a partir de 1930, servindo de base para a criação dos “[...] *programas de matemática da reforma do ensino brasileiro*” (Souza, 2010, p, 51), a conhecida Reforma Campos.

O período de 1930 a 1950 foi marcado pela segunda Grande Guerra. As discussões centradas na preocupação com uma “*matemática escolar mais contextualizada, menos complexa, mais acessível a todos os alunos, em especial aos da escola secundária*” (Claras & Pinto, 2008, p. 4620), impulsionadas pelo movimento de modernização da Matemática, mantiveram-se e conduziram, a partir da década de 1950, um grupo de matemáticos, na maioria franceses, sob o pseudônimo de Bourbaki, a publicar os resultados de seus estudos, os quais tornaram-se referência para o Movimento da Matemática Moderna - MMM (Claras & Pinto, 2008). Estudos que buscavam o desenvolvimento de “*teorias relacionadas à aprendizagem, entretanto, a preocupação maior sempre esteve centrada nos currículos*” (Antunes; Merli; Nogueira, 2019, p. 4). E o grande número de pesquisas desenvolvidas impulsionou a criação “*na Stanford University, [nos Estados Unidos, em 1958, do] School Mathematics Study Group (SMSG), sob a liderança de Edward [Griffith] Begle*” (Miguel *et al.*, 2004, p. 72). Grupo formado por matemáticos, educadores e psicólogos que objetivavam reformular o currículo escolar, fazendo-se “[...] *notável pela publicação de livros didáticos e disseminação do ideal modernista para outros países. É a partir desse período que surgem os primeiros programas específicos de Mestrado e Doutorado em Educação Matemática*” (Costa, 2007, p. 2).

Com a realização em 1959 de uma reunião proposta pela Organização Europeia de Cooperação Econômica - OECE, em Royaumont, na França, buscou-se possibilidades de uma

reforma profunda e geral do ensino da Matemática. Fato que impulsionou o movimento de reforma da Matemática Moderna, procurando “[...] sobretudo mudar a estrutura e os assuntos matemáticos do currículo escolar da época [mas] existia contudo uma outra preocupação igualmente central que incidia na mudança: os métodos de ensino da disciplina que se praticavam na época” (Guimarães, 2011, p. 2). Ultrapassando orientações metodológicas mais específicas e pontuais do ato de ensino e das atividades de aprendizagem buscava-se “[...] a valorização da compreensão face à mecanização, o valor atribuído à intuição e ao rigor, a importância dada à aprendizagem por descoberta” (Guimarães, 2011, p. 3).

É nesse intenso movimento de pesquisas e debates, aqui pontuado por alguns momentos históricos marcantes, que se estabelece “[...] um conjunto suficiente de condições propícias para a eclosão da comunidade de investigação em Educação Matemática” (Costa, 2007, p. 2), apresentando um salto significativo com a realização, em 1969, do I Primeiro Congresso Internacional de Educação Matemática (ICME 1) em Lyon, na França. Em Karlsruhe na Alemanha em 1976, criaram-se “grupos de estudos internacionais [que realizavam] reuniões com foco específico [e definindo] orientações básicas da Didática da Matemática como uma das disciplinas centrais da Educação Matemática” (D’Ambrósio, 2007, p. xxv). No V ICME realizado em Adelaide, na Austrália (1984) foi criado um Grupo de Trabalho chamado Teoria da Educação Matemática (TME). Buscava-se uma teorização em Didática da Matemática (D’Amore, 2007), contribuindo para sua consolidação “como campo de pesquisa, [mas] com estudos inicialmente voltados para a análise e compreensão de aspectos cognitivos do aprendiz” (Antunes; Merli; Nogueira, 2019, p. 5). O professor alemão Hans-Georg Steiner (1928 - 2004) foi quem incitou a convocação de cientistas interessados em gestar uma Teoria da Educação Matemática pautada na preocupação “[...] com uma abordagem abrangente necessária para problemas básicos na orientação, fundação e metodologia da educação matemática como um sistema interativo que compreende pesquisa, desenvolvimento e prática” (Steiner, 1987, p. 11-12).

Deste modo, as consecutivas conferências realizadas mostravam que existia

[...] uma comunidade, pelo menos em estado incipiente, interessada em construir as bases teóricas da Didática da Matemática como ciência, que é formada por pessoas com formação e interesses na campos diversificados: pesquisadores em Educação Matemática, matemáticos, professores, psicólogos educacionais, sociólogos educacionais, formadores de professores, etc (Godino, 2010, p.7).

Cabe ressaltar que Steiner e outros pesquisadores concebiam que a Educação Matemática admitia *“uma interpretação global dialética como disciplina científica e como sistema social interativo que compreende teoria, desenvolvimento e prática”* (Godino, 2010, p. 2) e seria sinônimo de Didática da Matemática, constituindo-se parte de um sistema social complexo chamado de Sistema de Ensino da Matemática. Baseados nesta compreensão se propôs uma teorização que possibilitasse compreender os fenômenos que ocorrem no ensino da Matemática e que envolvem professor, alunos e o saber matemático.

Desde a realização do I ICME, a Comissão Internacional para o Ensino de Matemática (CIEM) impulsionava pesquisas e discussões e um grupo, formado principalmente por pesquisadores franceses, compôs *“a vanguarda da preocupação com o ensino e aprendizagem da Matemática”* (Antunes, Merli & Nogueira, 2019, p. 5). Dois dos pesquisadores que impulsionaram essas discussões foram Gérard Vergnaud (1933 - 2021) e Guy Brousseau. Vergnaud era filósofo, psicólogo e professor emérito do Centro Nacional de Pesquisa Científica (CNRS), em Paris, na França. Foi aluno de doutorado de Jean Piaget e o *“principal defensor de pesquisas no ensino de Matemática sustentadas em bases psicológicas, também reconhecidas por Klein”* (Antunes, Merli & Nogueira, 2019, p. 5). Desenvolveu a Teoria dos Campos Conceituais, afirmando não ser uma teoria didática embora forneça uma estrutura à aprendizagem, envolvendo a didática. Considerava que *“[...] por meio das situações e dos problemas que os conceitos adquirem sentido para os alunos, independente se os problemas forem teóricos ou práticos”* (Antunes, Merli & Nogueira, 2019, p. 10). E são essas situações que se tornaram objetos de estudo de Brousseau, que propunha o desenvolvimento de uma teoria para compreender as relações que se operavam na sala de aula. Estes estudos, assim como outros que vinham se desenvolvendo na época, impulsionaram os pesquisadores a fundar o Instituto de Pesquisa sobre o Ensino de Matemática - IREM, na década de 1960, nas Universidades da França. Vergnaud foi um dos seus fundadores juntamente com Brousseau e este desenvolvia um projeto para a criação deste instituto desde 1968. Tal projeto, estudado em uma perspectiva sistêmica e criando-se instrumentos para integração e coordenação dos aspectos experimentais e teóricos, centrava discussões nas relações entre o pesquisador e seu objeto de estudo e ensino, a Matemática. Pode-se dizer que:

Se tivéssemos que estabelecer um marco inicial para o desenvolvimento formal das pesquisas que constituíram as teorias que caracterizam este campo de conhecimento [Didática da Matemática], esse marco seria a criação, em 1969 dos “[...] quatro

primeiros Institutos de Pesquisa de Educação Matemática (IREM) [que] foram criados em Bordeaux, Lyon, Paris e Estrasburgo, logo seguidos pelas outras academias” (Dorier, 2014, p. 367 *apud* Antunes, Merli & Nogueira, 2019, p. 5-6).

Os IREMs tinham como missão, contribuir com a formação inicial e continuada de professores de matemática, bem como, com a realização de experiências educacionais, desenvolvendo materiais de apoio para professores e conduzindo pesquisas educacionais. Reunia pesquisadores e professores de matemática de todos os níveis de ensino, os quais “[...] *estavam preocupados com questões educacionais [e] utilizavam as obras de Piaget como referencial teórico*” (Antunes, Merli & Nogueira, 2019, p. 6).

Brousseau, que era professor de Matemática com experiência de mais de 20 anos de atividades na época e também pesquisador do IREM de Bordeaux, buscava extrair dessa experiência, observações úteis para os debates que vinham acontecendo sobre o ensino da Matemática. Estas possibilitariam uma teorização didática e foi quando em um colóquio em 1975 que, em consenso preferiu-se “[...] *assumir o rótulo um tanto desprezado de ‘didático’ para mostrar nosso desejo de aprimorar o ensino por meio do que dele podemos entender*” (Brousseau, 1986, p. 28, destaque do autor).

A necessidade de produzir conhecimentos e desenvolver uma teoria que possibilitasse compreender as relações entre alunos, professor e o saber matemático em sala de aula e que fossem experimentadas em situações propostas com finalidade de analisá-las cientificamente, conduziu Brousseau a propor três tipos de debates, dialeticamente ligados mas separados apenas ‘artificialmente’ para discussão e exposição e dos quais nos são relevantes “[...] *os debates sobre a própria constituição de uma teoria da didática, seus conceitos e seus fundamentos [...]*” (Brousseau, 1986, p. 1). Tornava-se necessário

[...] teorizar [a] atividade do ensino como um objeto original de estudo [em busca de] produzir, melhorar, reproduzir, descrever e compreender situações no ensino da matemática, [...] não como uma simples conjunção de fatos teorizáveis apenas em campos autônomos como pedagogia, sociologia, psicologia, matemática, linguística ou epistemologia (Brousseau, 1986, p. 2).

Delineando os objetos dos estudos didáticos, examinando alguns fenômenos relacionados à atividade de ensino, Brousseau (1986) apresentou elementos fundamentais do estudo das situações de ensino denominadas de situações didáticas, sendo estas o objeto de estudo da Didática da Matemática. Ele afirmava que “‘*A didática da matemática’ estuda as atividades didáticas, [...] as atividades que têm por objeto o ensino, obviamente no que têm de*

específico à matemática” (Brousseau, 1986, p. 282, destaque do autor). E essa atividade ou situação de ensino “[...] *consiste em produzir um conjunto específico de conhecimentos direcionados, entre diferentes subsistemas: o sistema educacional, o sistema de alunos, o milieu [...]”* (Brousseau, 1986, p. 75).

Logo, as contribuições das pesquisas desenvolvidas por Vergnaud (1993) e, especialmente por Brousseau (1986) no campo do ensino da Matemática, ganharam destaque. Pesquisas que se desenvolveram tendo como referência as “[...] *teorias psicológicas de Piaget sobre o desenvolvimento da inteligência e a aquisição de conceitos fundamentais”* (Almouloud, 2007, p. 26).

Além das pesquisas e estudos em âmbito francês, pesquisadores de países europeus como Itália e Espanha conduziam investigações, liderando grupos que contribuíram para a consolidação da Didática da Matemática como campo de pesquisa dentro da Educação Matemática. Os resultados destas pesquisas expandiram-se, chegando ao Brasil. Porém, a compreensão de Didática da Matemática assumida nem sempre foi a mesma, sendo para alguns, sinônimo de Educação Matemática e para outros como uma das disciplinas que compõem a área Educação Matemática. Impossível para os limites deste texto, abordar todos os pesquisadores nacionais e internacionais ou todas as possíveis compreensões assumidas, então, selecionamos alguns que adotam o termo ‘didática da matemática’ em busca de compreender o significado que atribuem.

Alguns pesquisadores e suas compreensões sobre o significado atribuído à Didática da Matemática

Muitos são os pesquisadores desenvolvendo investigações usando o termo Didática da Matemática. Entre eles, identificamos as realizadas por Bruno D’Amore (2007) que situa a Didática da Matemática dentro do complexo sistema denominado Educação Matemática, que para Steiner (1993) era o Sistema Global de Ensino da Matemática dividido em Teoria, Desenvolvimento e Prática. Neste sistema poderiam ser distinguidos três âmbitos, sendo foco da Didática da Matemática a pesquisa para o conhecimento, ou seja, a pesquisa científica que busca compreender, em todos os seus aspectos e sistemas didáticos especiais (professor, estudantes e conhecimento matemático), como funciona o ensino da Matemática (D’Amore, 2007). Logo,

A Didática da Matemática seria a disciplina científica ligada à [...] pesquisa que, normalmente se desenvolve em ambientes universitários [empregando] o estudo da tentativa de [segundo Godino: Batanero, 1998] “adaptar e articular as contribuições de outras disciplinas interessadas no ensino e na aprendizagem da Matemática” (D’Amore, 2007, p. 96-97).

Em outras palavras, “*a Didática da Matemática é uma disciplina autônoma, nem Didática geral, nem Matemática, muito menos um receituário banal de bom senso*” (D’Amore, 2007, p. 29). Com este entendimento, considera que o campo científico e disciplinar tem como objetivo “*identificar, caracterizar e compreender os fenômenos e os processos que condicionam o ensino e a aprendizagem da Matemática*” (D’Amore, 2007, p. 97), constituindo-se como subsistema do complexo sistema social e heterogêneo que é a Educação Matemática. Seu objeto de estudo constitui-se na “[...] *sistematização (na ótica: ensino ⇒ aprendizagem eficaz) dos elementos da disciplina [...]*” (D’Amore, 2007, p. 27), no caso específico, da Matemática.

D’Amore (2007) também compactua com a necessidade de uma teorização em Didática da Matemática, considerando importante se ter “*um quadro de referência como um guia para a fundamentação dos problemas de investigação e para interpretar os resultados*” (D’Amore, 2007, p. 62) oriundos delas. O autor deixa claro que, para que uma teorização se consolide e se constitua como uma ciência, torna-se necessário um conjunto de pesquisadores com interesses em comum e com problemáticas centrais norteando seus trabalhos em busca de resultados que serão compartilhados, que suas explicações dos fenômenos analisados sejam tipicamente causais, que este grupo construa um vocabulário próprio e em comum acordo e, ainda, que elaborem os próprios procedimentos de aceite ou refutação dos enunciados estabelecidos (D’Amore, 2007). Foi o que aconteceu a partir dos pesquisadores franceses e que D’Amore (2007) resgatou em suas discussões, mas apresentando, como ele chamou, de outras interpretações da Didática da Matemática em que uma delas objetivaria o desenho dos currículos, contribuindo para a teoria e a prática deste e conseqüente inovação curricular (D’Amore, 2007).

Importante também considerar a discussão empreendida por D’Amore (2007) buscando esclarecer os limites entre didática, Didática da Matemática e Matemática, referindo-se ao termo didática, o qual, “*tradicionalmente, [...] deve necessária e unicamente referir-se à atividade de ensino [mas atualmente vem sendo] utilizado, entre os estudiosos que pertencem a área, [...] para distinguir aqueles que se ocupam da didática como âmbito científico de pesquisa*” (D’Amore, 2007, p. 15-16). Sob este aspecto, a Didática da Matemática, hipoteticamente

poderia assumir dois modos de ser vista: como arte (ars), cabendo a ela a divulgação de ideias (denominou de Didática da Matemática A) e como epistemologia da aprendizagem da Matemática (Didática da Matemática B) (D'Amore, 2007). Fica evidente que, para D'Amore (2007) a Didática da Matemática distingue-se de Educação Matemática. Esta “[...] *é o sistema social complexo e heterogêneo que inclui teoria, desenvolvimento e prática relativo ao ensino e aprendizagem da Matemática [incluindo] a Didática da Matemática como subsistema*” (D'Amore, 2007, p. 97).

Outros estudos também se desenvolveram na Espanha, que a partir de 1985 passou a reconhecer a Didática da Matemática como área de conhecimento, vislumbrando a possibilidade de constituir departamentos universitários (Godino, 2010). Algumas das importantes contribuições têm sido apresentadas por Juan Díaz Godino (2010) e Luis Rico Romero (2007, 2012)³, ambos da Universidade de Granada.

Godino (2010) buscou apresentar seu entendimento de Didática da Matemática, apontando, inicialmente, que o termo educação é mais amplo que didática, concebendo

[...] a educação matemática como “todo o sistema de conhecimento, instituições, planos de formação e finalidades formativas” [(Rico; Sierra; Castro, 2000, p. 352)] que compõem uma atividade social complexa e diversificada relacionada ao ensino e aprendizagem da matemática. A Didática da Matemática é descrita por estes autores como a disciplina que estuda e investiga os problemas que surgem na educação matemática e propõe ações fundamentadas para sua transformação (Godino, 2010, p. 2).

Quando discuti as perspectivas da Didática da Matemática na Espanha como uma disciplina tecnocientífica, assumi Educação Matemática como sinônimo de Didática da Matemática, caracterizando-a por uma extrema complexidade em que se tem a clara necessidade de uma abordagem sistêmica, visto que “[...] *além do sistema de ensino da matemática como um todo, e dos próprios sistemas conceituais, é necessário considerar os sistemas didáticos materializados em uma aula, cujos subsistemas principais são: professor, os alunos e os conhecimentos ministrados*” (Godino, 2010, p. 38).

Em relação aos conhecimentos matemáticos e ao subsistema que o envolve, buscou discutir a atividade matemática e os processos de ensino e aprendizagem em sala de aula, “[...] *considerando como objetos matemáticos as próprias situações-problema, a linguagem, as*

³ Alguns de seus trabalhos estão assinados como Luis Rico Romero e outros apenas como Luis Rico. Faremos referência ao autor de acordo com o que estiver registrado no texto consultado.

propriedades e argumentações, além dos conceitos e procedimentos [objetivando] uma síntese do papel que a matemática desempenha na ciência, na tecnologia e na vida cotidiana [...]” (Godino, Batanero & Font, 2004, p. 12). Estes autores consideravam ainda que, juntamente com estes objetos matemáticos, torna-se necessário atentar, na organização do ensino, aos “[...] *processos matemáticos de resolução de problemas, representação, comunicação, justificação, conexão e institucionalização*” (Godino, Batanero & Font, 2004, p. 12-13). Tais processos precisam articular-se no decorrer do ensino dos conteúdos matemáticos porque impactam na aprendizagem dos estudantes. Assim, o papel que o professor desempenha na organização, direção e promoção das aprendizagens dos alunos torna-se essencial.

Quem também se dedicou às pesquisas em Didática da Matemática na Espanha foi Luis Rico Romero (2007, 2012). Em um de seus trabalhos, Rico (2012) colocou a necessidade de o pesquisador iniciante organizar suas ideias de modo a entender a Didática da Matemática como “[...] *parte do conhecimento científico e que, como disciplina, vem orientada pela investigação*” (Rico, 2012, p. 42). Esta possui uma linguagem básica com termos como “[...] *educação matemática, comunidade de educadores matemáticos, ambiente de trabalho, profissões de pesquisa*” (Rico, 2012, p. 42), entre outros, sendo a partir dessa linguagem que seus significados são organizados. Segundo Rico (2012), educação matemática, na perspectiva do especialista, se constituía como

[...] um conjunto de ideias, conhecimentos e processos envolvidos na construção, representação, transmissão e avaliação do conhecimento matemático que ocorre de forma intencional. A educação matemática transmitida pelo sistema escolar tem características epistêmicas de atividade científica básica (...). Também a atividade dos professores e os processos de sua formação profissional estão incluídos na educação matemática (Rico, Sierra & Castro, 2000, p. 352 -353 *apud* Rico, 2012, p. 43).

Nesse âmbito, ficaram estabelecidos três sentidos distintos para a educação matemática. O primeiro como o “[...] *conjunto de conhecimentos, artes, destrezas, linguagens, convenções, atitudes e valores, centrados na matemática e que são transmitidos por meio do sistema escolar*” (Rico, 2012, p. 43), ou seja, referindo-se ao conhecimento matemático como objeto de ensino e aprendizagem ou ainda, no sentido curricular, cuja finalidade “[...] *centra-se aqui em enriquecer e estruturar de maneira adequada os diferentes significados dos conceitos matemáticos, superando a aparente exclusividade de sua significação formal e dedutiva*” (Rico Romero, 2007, p. xix). O segundo, “[...] *como totalidade de ações e condições que tornam possível o ensino da matemática, incluindo a qualificação profissional dos professores, [...]*

conjunto de conhecimentos, processos e condições que possibilitam as interações entre professores e alunos [...]” (Rico, 2012, p. 43), ou seja, como atividade social em ambiente escolar, tornando viáveis o ensino e a aprendizagem da matemática e assumindo um significado profissional. Neste sentido, refere-se “[...] *à atividade intencional mediante a qual se realiza a construção, compreensão, transmissão e valoração do conhecimento matemático*” (Rico Romero, 2007, p. xix). E o terceiro sentido, “[...] *como disciplina científica [...] quando nos referimos a Didática da Matemática*” (Rico, 2012, p. 44, destaque do autor), que em sentido de investigação, busca fundamentar e teorizar os fenômenos emergentes do ensino e aprendizagem da matemática, possibilitando descrevê-los, interpretá-los, explicá-los de modo a atuar sobre eles, ou seja, “[...] *em seu sentido acadêmico, como totalidade de marcos teóricos e metodológicos, estruturas conceituais, análises históricas e epistemológicas que permitem interpretar, prever e atuar sobre um campo de fenômenos de ensino e aprendizagem da matemática*” (Rico Romero, 2007, p. xx). Deste modo, a distinção assumida por Rico (2012) colocava a Educação Matemática como um campo de problemas que se deriva dos processos de transmissão cultural e a Didática da Matemática como uma disciplina que interpela o estudo deste campo. Ela ocupa-se de “[...] *indagar metódica e sistematicamente sobre o ensino e aprendizagem da matemática assim como os planos de qualificação profissional de educadores matemáticos. [E] proporcionar fundamentação teórica [...]*” que sustente tais planos de qualificação (Rico, 2012, p. 44, 54), visto que o ensino e a aprendizagem da matemática configuram uma atividade científica, formando parte da própria disciplina Matemática (Rico, 2012). Portanto, o objeto da disciplina Didática da Matemática se constitui em “[...] *delimitar e estudar os problemas que surgem durante os processos de organização, comunicação, transmissão, construção e valoração do conhecimento matemático*” (Rico Romero, 2007, p. xx), justificando sua importância para a formação do professor que ensinará Matemática. Este entendimento baseava-se na premissa assumida de que *“a matemática faz parte da cultura transmitida no sistema educacional e é parte essencial da formação básica que todos devem compartilhar”* (Rico, 2012, p. 43).

Neste contexto, a atividade científica considerada na formação do investigador em Didática da Matemática consistia como uma tarefa de resolução de problemas, ocupando-se de identificar, enunciar e propor respostas a problemas e questões reais objetivando transformações

no mundo físico e social, porque “*investigar implica melhorar nosso conhecimento sobre os problemas que nos afetam e preocupam*” (Rico, 2012, p. 47).

As investigações desenvolvidas no âmbito europeu e o significado atribuído pelos pesquisadores à Didática da Matemática disseminaram-se e chegaram ao Brasil. Vários estudiosos vêm dedicando-se à pesquisa, assumindo o referencial da escola francesa. Um deles é o professor Luiz Carlos Pais (2015) que buscou situar a Didática da Matemática e a Educação Matemática, considerando esta “[...] *uma grande área de pesquisa educacional, cujo objeto de estudo é a compreensão, interpretação e descrição de fenômenos referentes ao ensino e à aprendizagem da matemática, nos diversos níveis da escolaridade, quer seja em sua dimensão teórica ou prática*” (Pais, 2015, p. 10). O grande impulso que esta área de pesquisa obteve é relativamente recente quando comparada com a história milenar da matemática e originou diferentes enfoques sobre o ensino da matemática, chamando-os de “[...] *tendências teóricas [como representante da] existência de um certo coletivo de pesquisadores em educação matemática, que compartilha de um mesmo referencial teórico*” (Pais, 2015, p. 10, 117). Em seu ponto de vista, no cenário brasileiro, diferentemente do francês, o significado de educação matemática e de didática da matemática são distintos, podendo esta última ainda ser diferenciada da “[...] *disciplina pedagógica de didática aplicada ao ensino da matemática*” (Pais, 2015, p. 11). O autor defende que a didática da matemática, ao modo brasileiro, assume como objeto de estudo “[...] *a elaboração de conceitos e teorias [...] compatíveis com a especificidade educacional do saber escolar matemático, [mantendo] fortes vínculos com a formação de conceitos matemáticos, [...] em nível experimental da prática pedagógica [e] no território teórico da pesquisa acadêmica*” (Pais, 2015, p. 11). Uma de suas características é a “[...] *a interpretação de problemas do ensino e da aprendizagem da matemática, através de conceitos didáticos*” (Pais, 2015, p. 109). Focando a especificidade do saber escolar matemático, materializado no conteúdo escolar, essa concepção auxilia na compreensão de suas condições de produção, registro e comunicação, bem como, suas consequências didáticas (Pais, 2015). A didática da matemática, em sua dimensão teórica, contribui com o desenvolvimento de convicções derivadas das pesquisas e, em sua dimensão prática, auxilia na gestão da ação pedagógica. E a integração entre os aspectos teóricos e práticos da didática é reforçada pelo estudo das situações didáticas (Pais, 2015) que são desenvolvidas em sala de aula e que envolvem importantes elementos, constituindo um sistema didático. Este se constitui “[...] *como*

uma estrutura composta por nove elementos principais: professor, aluno, conhecimento, planejamento, objetivos, recursos didáticos, instrumentos de avaliação, uma concepção de aprendizagem e metodologia de ensino” (Pais, 2015, p. 117). Para Pais (2015), o objeto de estudo da didática da matemática são as situações didáticas apontadas por Brousseau (1986).

Em relação ao saber matemático, Pais (2015) distinguia-o de conhecimento matemático, considerando que “[...] *o saber está relacionado ao plano histórico da produção de uma área disciplinar [no caso, a Matemática e] o conhecimento é considerado mais próximo do fenômeno da cognição, estando submetido aos vínculos da dimensão pessoal do sujeito empenhado na compreensão de um saber*” (Pais, 2015, p. 36). Essa diferenciação foi considerada fundamental para a didática da matemática, de modo que ela “[...] *é um dos objetivos da didática, ou seja, partir da compreensão pessoal para alcançar o estatuto da objetividade*” (Pais, 2015, p. 36).

Outro investigador importante em solo brasileiro é o professor Saddo Ag Almouloud (2007), que propôs discutir fundamentos da Didática da Matemática, apresentando “[...] *uma reflexão sobre os principais modelos teóricos da escola francesa*” e algumas de suas articulações (Almouloud, 2007, p. 17). Para o autor, a Didática da Matemática pode ser compreendida “[...] *como uma ciência que tem por objeto investigar os fatores que influenciam o ensino e a aprendizagem da matemática e o estudo de condições que favorecem a sua aquisição pelos alunos*” (Almouloud, 2007, p. 17). Os conceitos e teorias desenvolvidos no âmbito da escola francesa compõem o cenário de atuação da Didática da Matemática, propiciando que esta passasse a ser reconhecida como “[...] *uma área de conhecimento em que o estudo dos fenômenos de ensino e de aprendizagem é feito a partir de diversas perspectivas*” (Almouloud, 2007, p. 28). Pontua que a origem das pesquisas em didática da matemática se deu “[...] *no fracasso da reforma da matemática nos anos 1970*” (Almouloud, 2007, p. 17), as quais foram, inicialmente empreendidas pelos pesquisadores franceses a partir da criação dos IREMs e apoiando-se “[...] *em alguns aspectos fundamentais do construtivismo de Piaget*” (Almouloud, 2007, p. 24), preocupando-se em “[...] *estudar os problemas de ensino de conceitos matemáticos em razão das exigências próprias do saber matemático*” (Almouloud, 2007, p. 26). Porém, a complexidade desta realidade de estudo e das questões que emergiam dela requeriam “[...] *a interlocução entre diversas áreas de conhecimento, como a matemática, a psicologia, a sociologia, a história da matemática, a linguística, a epistemologia, a filosofia e a informática aplicada à educação*” (Almouloud, 2007, p. 17). E essa interlocução propiciou o

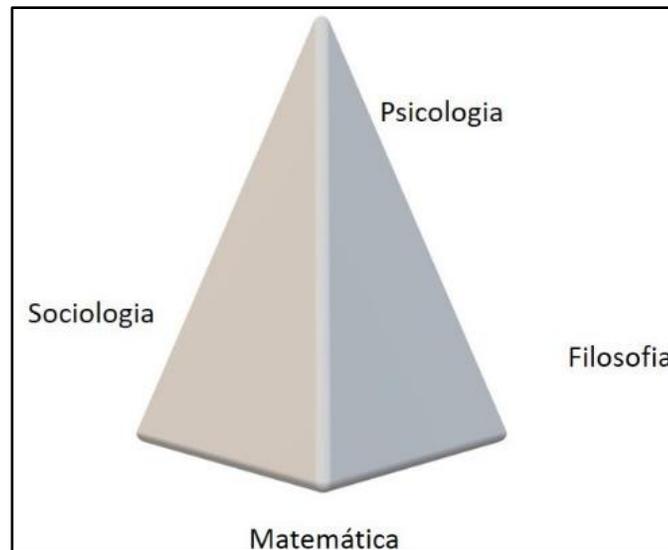
desenvolvimento de modelos teóricos favoráveis à compreensão de fenômenos de ensino e aprendizagem da Matemática, visto que *“a particularidade da didática em relação a essas disciplinas se encontra na dimensão epistemológica de sua problemática, que considera a especificidade dos conhecimentos em jogo”* (Almouloud, 2007, p. 149). No entanto, apenas estudar os fenômenos de ensino e aprendizagem da Matemática e os fatores que interferem neles, assim como os problemas que emergem deste contexto não contribuiria para melhores resultados na aprendizagem. Tornava-se necessário *“[...] propor ações fundamentadas para resolver, pelo menos parcialmente, tais problemas”* identificados (Almouloud, 2007, p. 17). E uma possibilidade para esse estudo seria através da criação de *“[...] um modelo da interação entre o aprendiz, o saber e o milieu (ou meio) no qual a aprendizagem deve se desenvolver”* (Almouloud, 2007, p. 31, destaque do autor), ou seja, na situação didática.

No estudo das situações didáticas, as interações que ocorrem em contexto de sala de aula, fossem elas, entre professor e alunos, entre os próprios alunos e também, desses sujeitos com o saber matemático em situação de ensino, bem como, aquelas advindas de um ambiente externo à sala de aula, exercem influência no ato de ensino (Almouloud, 2007). Deste modo, o milieu deve ser organizado pelo professor com intenções didáticas suficientes para possibilitar a aquisição de conhecimentos matemáticos pelo estudante, resultando em aprendizagem. E as situações criadas com intencionalidade didática devem *“[...] engajar fortemente os saberes matemáticos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem”* (Almouloud, 2007, p. 33). Consequentemente, tais preocupações constituíram-se em *“[...] importantes ferramentas para descrever e modelar o processo de ensino e de aprendizagem de conceitos matemáticos”* (Almouloud, 2007, p. 187).

Assim, as contribuições à Didática da Matemática fornecidas pelos pesquisadores selecionados para este texto e que constituem um recorte da pesquisa de doutorado em desenvolvimento, possibilitam o reconhecimento do movimento de constituição da área. Identificamos que alguns pesquisadores procuraram sintetizar suas compreensões de Didática da Matemática por meio de modelos esquemáticos, de modo a explicitar as relações estabelecidas entre os subsistemas que compõem a Educação Matemática (Costa, 2007; Espinosa, 2013). A título de exemplo, apresentamos alguns modelos propostos, os quais, para os limites deste texto, não serão discutidos. Por exemplo, Costa (2007) apresenta o modelo tetraédrico proposto por Higginson (1980 apud Costa, 2007; Godino, 2010), o qual é

representativo da relação com outras quatro disciplinas de modo que respondesse questões fundamentais da didática: o que ensinar (Matemática), quando e como ensinar (Psicologia), a quem e onde ensinar (Sociologia) e porquê ensinar (Filosofia).

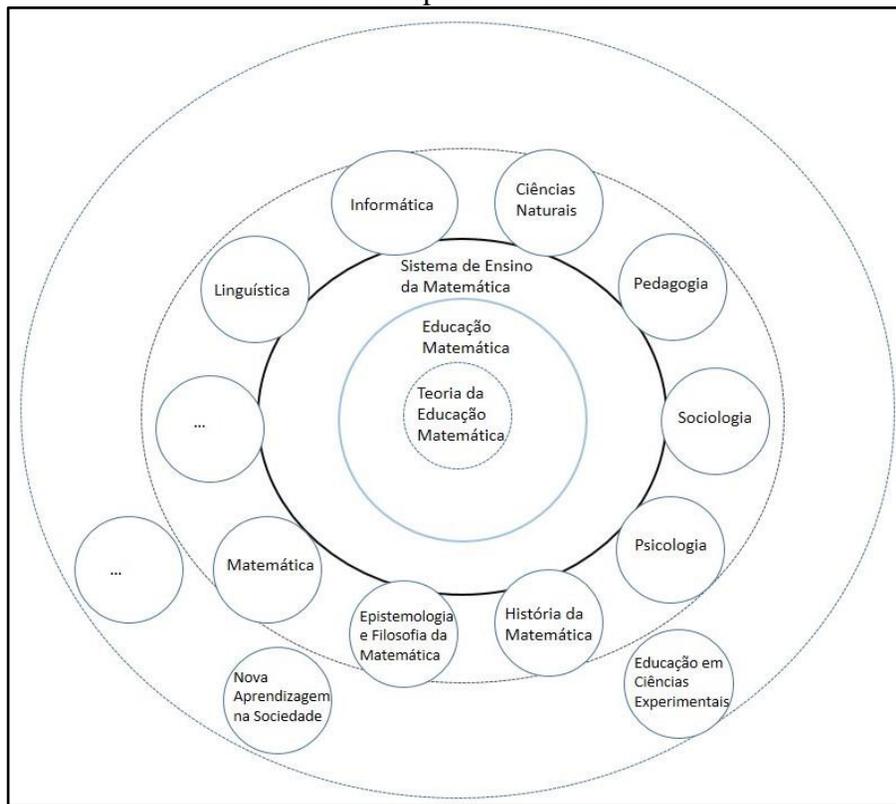
Figura 1 - Modelo tetraédrico proposto por Higginson (1980) para representar a Educação Matemática



Fonte: Adaptado pelas pesquisadoras com base em Costa (2007)

Segundo Costa (2007), Steiner (1990 apud Costa, 2007; Godino, 2010) propôs um diagrama em que a Teoria de Educação Matemática é componente da disciplina Educação Matemática ou Didática da Matemática e esta parte do Sistema de Ensino da Matemática, relacionado com as outras disciplinas que a influenciam em primeiro nível, compondo outro sistema e, externamente a ele, outro sistema com suas novas áreas de interesse e inter-relações mais indiretas.

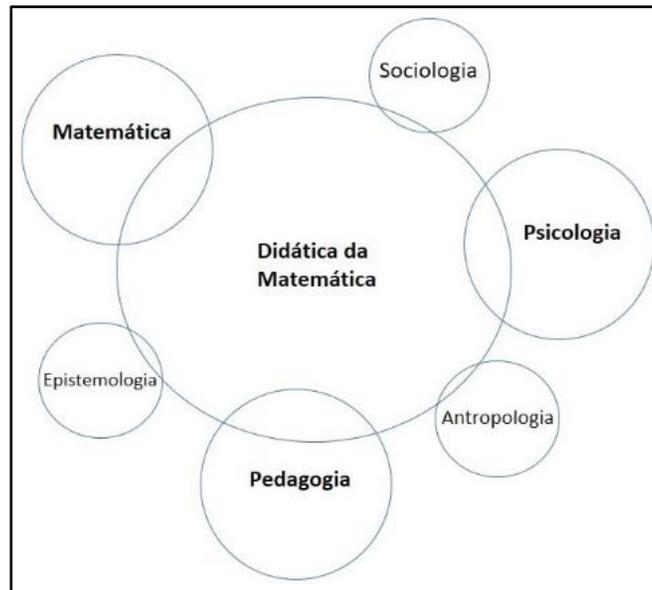
Figura 2 - Modelo proposto por Steiner (1990) relacionando a Didática da Matemática com outras disciplinas e sistemas



Fonte: Adaptado pelas pesquisadoras com base em Costa (2007)

Outro modelo esquemático apresentado por Costa (2007) foi proposto por Gonzales (1992 apud Costa, 2007), propondo a Didática da Matemática com uma característica autônoma ligada diretamente a Matemática, tendo maior influência da Matemática, Psicologia e Pedagogia e em menor intensidade, da Antropologia, Epistemologia e Sociologia.

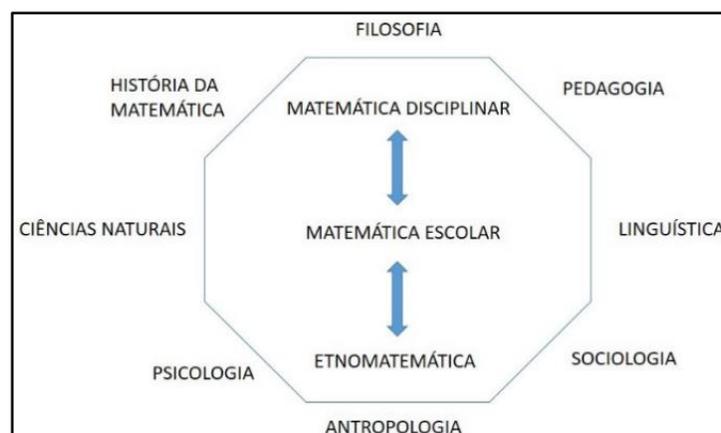
Figura 3 - Modelo proposto por Gonzales (1992) representando as relações da Didática da Matemática



Fonte: Adaptado pelas pesquisadoras com base em Costa (2007)

Dos estudos de Espinosa (2013) identificamos o modelo esquemático proposto por Vasco (1994) e baseado no tetraedro de Higginson (1980). Nele, o autor buscou uma análise da natureza da Didática da Matemática com o olhar direcionado à sua base octogonal, compreendida a partir das funções de um educador matemático. Vasco (1994) concebeu a Matemática sob três aspectos abrindo espaço para se discutir o que se compreende por Matemática e o seu papel na Didática da Matemática.

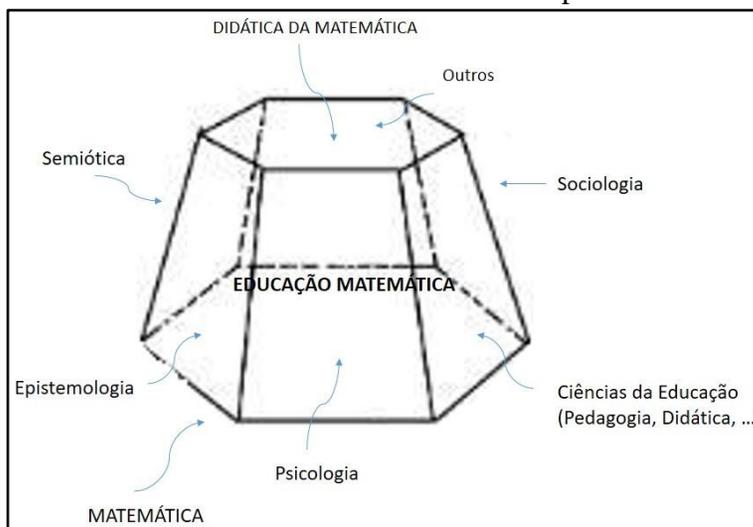
Figura 4 - Modelo proposto por Vasco (1994) representando o octógono da Educação Matemática com suas áreas implícitas na transversalidade curricular da Matemática.



Fonte: Adaptado pelas pesquisadoras com base em Espinosa (2013)

Este modelo proposto por Vasco (1994) também possibilitou que Godino & Batanero (1998 apud Godino, 2003) propusessem o modelo do tronco de octaedro representando a Educação Matemática, a Didática da Matemática e suas inter-relações. Suas oito faces revelam as interações necessárias que compõem e fundamentam a área Educação Matemática (Costa, 2007).

Figura 5 - Modelo proposto por Godino e Batanero (1998) representando a Educação Matemática com a confluência de múltiplos saberes



Fonte: Adaptado pelas pesquisadoras com base em Costa (2007)

As sínteses esquemáticas produzidas por Higginson (1980), Steiner (1990), Gonzales (1992), Vasco (1994) e Godino & Batanero (1998) revelam o movimento empreendido nos últimos quarenta anos em busca de definir o campo de atuação da Didática da Matemática, delimitando e nos auxiliando a compreendê-la dentro da área Educação Matemática. Logo, os estudos e pesquisas por nós realizados, aqui apresentados parcialmente, mostram o quanto a Didática da Matemática tem a contribuir com as pesquisas acerca do ensino e da aprendizagem da Matemática em todos os níveis de ensino.

Considerações

As nossas investigações possibilitaram identificar que em diferentes épocas, culturas e países, a Educação Matemática e a Didática da Matemática foram se constituindo e propiciando, nas comunidades de pesquisadores, intensas discussões em busca de atingir vários objetivos.

Algumas compreensões assumidas são compartilhadas e outras assumem focos distintos. Uns dedicam-se mais às questões ligadas à aprendizagem da Matemática e outros a um contexto mais geral, que para nós corresponderia à área de Educação Matemática. Compactuamos com as palavras de Espinosa (2013) de que usando ou não as expressões Didática da Matemática ou Educação Matemática como sinônimo, o importante é o seu significado no processo educativo.

A

[...] diversidade de abordagens ou paradigmas de investigação enriquece o debate e [...] ajuda a melhorar a aprendizagem da Matemática, a banir a má imagem dela das salas de aula e, o mais importante, a educar os alunos também com Matemática e não só para Matemática (Espinosa, 2013, p. 14).

Consequentemente, a partir das compreensões extraídas por meio dos estudos realizados nos pesquisadores aqui apresentados, juntamente com as sínteses esquemáticas produzidas, podemos identificar dois possíveis posicionamentos para a Didática da Matemática: um como área de conhecimento, sinônimo de Educação Matemática e outro como uma subárea, um ramo da Educação Matemática, ou então, um campo interdisciplinar de aplicação. Reconhecemos que a diversidade teórica da área, com as importantes investigações desenvolvidas nacional e internacionalmente, nos mostra o que já foi possível responder em relação às preocupações com o ensino e a aprendizagem da Matemática e o que ainda necessita ser aprofundado.

Agradecimento



Referências

- Almouloud, S. A. (2007). *Fundamentos da didática da matemática*. Curitiba: Ed. UFPR.
- Antunes, F. C. A.; Merli, R. F.; Nogueira, C. M. I. (2019). A construção da Didática da Matemática na França e sua influência sobre as pesquisas brasileiras. In: *Anais do XIII Encontro Nacional de Educação Matemática*. Cuiabá, MT. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/336614093_A_CONSTRUCAO_DA_DIDATICA_DA_MATEMATICA_NA_FRANCA_E_SUA_INFLUENCIA SOBRE_AS_PESQUISAS_BRASILEIRAS. Acesso em: 07 maio. 2021.
- Beltrão, M. E. P. (2009). *Ensino de Cálculo pela Modelagem Matemática e Aplicações - Teoria e Prática*. (Tese de doutorado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, PUC/SP. 2009. Disponível em: <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11394>. Acesso em: 26 abr. 2021.

- Brousseau, G. (1986). *Théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques*. (Thèse d'Etat et Sciences). Bordeaux: Université de Bordeaux I. Disponível em: <https://tel.archives-ouvertes.fr/file/index/docid/509225/filename/TheseetAnnexesGBA.pdf>. Acesso em: 20 mar. 2020.
- Claras, A. F.; Pinto, N. B. (2008). O Movimento da Matemática Moderna e as iniciativas de Formação Docente. In *Anais do Congresso Nacional de Educação – EDUCERE*, Comunicação: Eixo Profissionalização Docente e Formação. Disponível em: https://educere.bruc.com.br/arquivo/pdf2008/863_662.pdf. Acesso em: 09 abr. 2021.
- Costa, L. V. O. (2007). Educação Matemática Origem, Características E Perspectivas. In *Anais do IX ENEM. Encontro Nacional de Educação Matemática*. Belo Horizonte - MG. Disponível em: http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/anais/ix_enem/Html/comunicacaoCientifica.html. Acesso em: 25 dez. 2017.
- D'Ambrósio, U. (2007). Prefácio da Edição em Português. In B. D'Amore. *Elementos de Didática da Matemática*. Tradução: Maria Cristina Bonomi (pp. xxiii-xxvi). São Paulo: Editora Livraria da Física.
- D'Amore, B. (2007). *Elementos de Didática da Matemática*. Tradução: Maria Cristina Bonomi. São Paulo: Editora Livraria da Física.
- Espinosa, A. J. (2013). Didáctica de la matemática, educación matemática e investigación. *Ciências em Foco*, 4(1), 1-15. Disponível em: <https://econtents.bc.unicamp.br/inpec/index.php/cef/article/view/9198>. Acesso em: 20 jun. 2021.
- Eves, H. (2004). Felix Klein e o Programa de Erlanger. In: Eves, H. *Introdução à história da matemática* (pp. 605-609). Trad. Hygino H. Domingues. Campinas, SP: Editora da UNICAMP.
- Godino, J. (2003). *Investigaciones sobre fundamentos teóricos y metodológicos de la educación matemática*. Granada: Universidad de Granada. Disponível em: http://www.ugr.es/~jgodino/fundamentos_teoricos/fundamentos_tem.pdf. Acesso em: 14 fev. 2022.
- Godino, J. D.; Batanero, C.; Font, V. (2004). Fundamentos de la Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas. In: J. D. Godino. (Org.). *Didáctica de las Matemáticas para Maestros* (pp. 11-154). Disponível em: https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/9_didactica_maestros.pdf. Acesso em: 29 junho 2017.
- Godino, J. D. (2010). *Perspectiva de la didáctica de las matemáticas como disciplina tecnocientífica*. Disponível em: <https://www.ugr.es/~jgodino/>. Acesso em: 13 outubro 2017.
- Guimarães, H. M. (2011). A “modernização” do ensino da matemática em Portugal — Sebastião e Silva e as perspectivas metodológicas emanadas de Royaumont (1959). In *Anais da XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática - CIAEM-IACME*. Recife, Brasil.

- Miguel, A.; Garnica, A. V. M.; Iglioni, S. B. C.; D'Ambrósio, U. (2004). A educação matemática: breve histórico, ações implementadas e questões sobre sua disciplinarização. *Revista Brasileira de Educação*, (27), 70-93. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/rbedu/a/qHNhYPrDsJNSbGwhWHKPywt/?format=pdf&lang=pt>. Acesso em: 11 abr. 2021.
- Onuchic, L. de la. R. (2004). A resolução de problemas e o trabalho de ensino–aprendizagem na construção dos números e das operações definidas sobre eles. In *Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática* (pp. 1-14). Universidade Federal de Pernambuco, Recife. Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/files/viii/pdf/07/MC03171280868.pdf>. Acesso em: 10 jun. 2021.
- Pais, L. C. (2015). *Didática da Matemática: uma análise da influência francesa*. (3. ed). Belo Horizonte: Autêntica Editora.
- Rabelo, R. S. (2018). John Dewey e os embates sobre a psicologia do número. *Ciênc. Educ.*, 24(1), 209-223. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/ciedu/a/STcCyTcCNSscQfmymQf5rsw/?format=pdf&lang=pt>. Acesso em: 26 abr. 2021.
- Rico Romero, L. (2007). Prefácio da Edição em Espanhol. In B. D'Amore. *Elementos de Didática da Matemática*. Tradução: Maria Cristina Bonomi (pp. xvii-xxi). São Paulo: Editora Livraria da Física.
- Rico, L. (2012). Aproximación a la investigación en Didáctica de la Matemática. *AIEM: Avances de Investigación en Educación Matemática*, (1), 39 - 63. Disponível em: http://funes.uniandes.edu.co/1986/1/Rico_Avances.pdf. Acesso em: 13 jun. 2021.
- Souza, G. M. de. (2010). *Felix Klein e Euclides Roxo: debates sobre o ensino da matemática no começo do século XX*. (Dissertação de Mestrado Profissional). Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica. Campinas: SP. Disponível em: <https://www.ime.unicamp.br/pos-graduacao/felix-klein-euclides-roxo-debates-sobre-ensino-matematica-no-comeco-seculo-xx>. Acesso em: 06 abr. 2021.
- Steiner, H.-G. (1987). Philosophical and epistemological aspects of mathematics and their interaction with theory and practice in mathematics education. *For the Learning of Mathematics*, 7(1), 7–13. Disponível em: <https://www.semanticscholar.org/paper/Philosophical-and-Epistemological-Aspects-of-and-in-Steiner/51ebbc5150f1ab5759a675743e10bad07c053838>. Acesso em: 22 mai. 2021.
- Steiner, H. G. (1993). Teoria da Educação Matemática (TEM): Uma introdução. *Quadrante*, 2(2). Disponível em: https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/51546/mod_resource/content/3/Texto%202%20-%20Steiner.pdf. Acesso em: 19 maio. 2021.
- Vasco, Carlos E. (1994). La Educación Matemática: una disciplina en formación. *Matemáticas Enseñanza Universitaria. Revista de la ERM*, III(2), 59 -76.

- Varizo, Z. C. M. (2013). Os caminhos da Didática e sua relação com a formação de professores de Matemática. In: Nacarato, A. M.; Paiva, M. A. V. (Orgs.). *A formação do professor que ensina Matemática: perspectivas e pesquisas* (pp. 43-59). (3a ed.). Belo Horizonte: Autêntica.
- Vergnaud, G. (1993). Teoria dos Campos Conceituais. In *Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro UFRJ*. Rio de Janeiro: Projeto Fundação – Instituto de Matemática, UFRJ.
- Zatti, V. (2017). A Paideia Platônica e o Papel da Matemática na Constituição do Modelo Antropológico Apolíneo. In: *Edetania. Estudios Y Propuestas Socioeducativas*, (51), 227-237. Disponível em: <https://revistas.ucv.es/index.php/Edetania/article/view/159>. Acesso em: 22 mar. 2021.

Autores:

Claudia Maria Witt

Licenciada em Ciências com Habilitação em Matemática pela Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras (FAFI) de União da Vitória, Paraná, Brasil. Mestre em Educação Matemática pela Universidade Federal do Paraná (UFPR). Atualmente é professora e Assistente Técnica Pedagógica da Rede Estadual de Santa Catarina – Brasil.

E-mail: claudiamariaw@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4132-5912>

Maria Lucia Panossian

Bacharel e licenciada em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, licenciada em Pedagogia pela Universidade de São Paulo, mestre e doutora em Educação na área de Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade de São Paulo. Atualmente é professora Adjunta do Departamento Acadêmico de Matemática na Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

E-mail: mlpanossian@utfpr.edu.br

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5847-4485>

Como citar o artigo:

WITT, C. M.; PANOSSIAN, M. L. A Didática da Matemática: das primeiras preocupações com o ensino da Matemática à sua constituição como corpus teórico. **Revista Paradigma**, Vol. XLIII, Edición Temática: Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática, pp 178-204, mayo, 2022.