

## **Estudio de clases e ingeniería didáctica en la formación de (futuros) profesores de matemáticas**

**Aluska Dias Ramos de Macedo**

[aluskadrmacedo@gmail.com](mailto:aluskadrmacedo@gmail.com)

<https://orcid.org/0000-0003-0398-1097>

*Universidade Federal de Campina Grande*

Cuité, Brasil.

**Paula Moreira Baltar Bellemain**

[pmbaltar@gmail.com](mailto:pmbaltar@gmail.com)

<https://orcid.org/register>

*Universidade Federal de Pernambuco*

Recife, Brasil.

**Recibido:** 15/agosto/2021 **Aceptado:** 15/octubre/2021

### **Resumen**

En este artículo presentaremos una parte de la investigación doctoral sobre la transposición de elementos de la Ingeniería Didáctica (DE) a la formación de profesores de matemáticas a partir del Estudio de Lecciones (LS), realizada en 2018 en una universidad brasileña. DE es una metodología de investigación experimental en la enseñanza de las matemáticas, de fuerte arraigo y basada en la Teoría de Situaciones Didácticas. En concreto, presentamos un caso que involucra una clase en perímetro. El objetivo de esta investigación es analizar los aportes de elementos de ambos procesos para promover el desarrollo profesional de los futuros docentes y responsables de la pasantía curricular supervisada. La metodología es ED. Los resultados muestran que la LS en la formación de futuros docentes se puede mejorar con elementos de ED, y que esta combinación promovió la formación y el desarrollo profesional de los participantes.

**Palabras clave:** Estudio de lecciones. Ingeniería Didáctica. Desarrollo profesional de docentes.

### **Lesson Study e Engenharia Didática na Formação de (futuros) Professores de Matemática**

#### **Resumo**

Neste artigo, apresentaremos uma parte da pesquisa de doutorado sobre a transposição de elementos da Engenharia Didática (ED) para a formação de professores de matemática com base na Lesson Study (LS), realizada em 2018 em uma universidade brasileira. A ED é uma metodologia para pesquisa experimental no ensino de matemática, com forte raiz e base na Teoria das Situações Didáticas. Apresentamos concretamente um caso envolvendo uma aula sobre perímetro. O objetivo desta pesquisa é analisar as contribuições de elementos de ambos os processos para promover o desenvolvimento profissional de futuros professores e responsáveis pelo estágio curricular supervisionado. A metodologia é ED. Os resultados mostram que, a LS na formação de futuros professores pode ser aprimorado por elementos da ED, e que essa combinação promoveu a formação e o desenvolvimento profissional dos participantes.

**Palavras-chave:** Lesson Study. Engenharia Didática. Desenvolvimento Profissional de Professores.

## Lesson Study and Didactic Engineering in the Training of (future) Mathematics Teachers

### Abstract

In this paper we will present a part of doctorate research about a transposition of DE elements to mathematics teacher education practicum based on Lesson Study (LS), carried out in 2018 at a Brazilian university. DE is a methodology for experimental research in mathematics education, with a strong root and base in the Theory of Didactic Situations. Concretely we present a case involving a research lesson on perimeter. The purpose of this research is to analyse contributions from elements of both processes to foster the professional development of future teachers and those responsible for the supervised curricular internship. The methodology is DE. The results show that LS in pre-service education can be enhanced by elements from DE and that this combination promotes the teacher education and professional development of the participants.

**Keywords:** Lesson Study. Didactical Engineering. Teacher Professional Development.

### Introdução

A vivência daquilo que está sendo trabalhado nos componentes curriculares de Educação Matemática nas escolas é importante para romper com o mito de que “na prática a teoria é outra” (Pimenta & Lima, 2005/2006, p. 6). A inserção do licenciando em seu futuro ambiente de trabalho para a experimentação de situações profissionais diversas é essencial e está expressa na evolução das diretrizes curriculares para os cursos de licenciatura, especialmente, com relação ao Estágio Curricular Supervisionado, programas de iniciação científica e à docência (Brasil, 2001). No entanto, é preciso saber como a etapa do estágio está sendo desenvolvida e se está havendo uma real contribuição para a formação profissional dos sujeitos envolvidos.

Este artigo é um recorte de uma pesquisa de doutorado que utilizou um processo formativo japonês chamado *Jugyou Kenkyuu*, também conhecido como Lesson Study (LS) (Silva, 2020). Basicamente tal processo se refere à união entre teoria e prática, sendo a teoria os conhecimentos didático-pedagógicos que os participantes possuem e a prática é a experimentação destes a partir do planejamento de aula até à reflexão pós-aula. Ao pensar sobre a necessidade de refletir e aprofundar os conhecimentos sobre todos os fenômenos que envolvem uma sala de aula, verificou-se a importância das especificidades da Engenharia Didática (ED) para a fundamentação dessa pesquisa. Para isso, foi selecionado o campo matemático específico das Grandezas e Medidas (G&M), nomeadamente, duas grandezas geométricas: comprimento e área. Neste artigo, iremos nos debruçar em um episódio sobre perímetro.

A LS e a ED têm em comum o fato de tratarem do planejamento de aulas, porém cada uma com características distintas que serão discutidas posteriormente. O nosso objetivo é analisar contribuições de elementos dos dois processos para fomentar o desenvolvimento profissional de futuros professores e responsáveis pelo estágio curricular supervisionado, em relação ao campo das Grandezas e Medidas.

### **A Formação, o Desenvolvimento Profissional do Professor e o Estágio Curricular Supervisionado**

Refletindo sobre a formação de professores, Nóvoa (2017) enfatiza a necessidade de repensar a formação de professores, especialmente a formação profissional do professor, ou seja, olhar para e formar o professor como profissional. Para valorizar e progredir com essa formação é preciso criar modelos de formação que envolvam toda a comunidade educacional, construindo um espaço “de diálogo que reforce a presença da universidade no espaço da profissão e a presença da profissão no espaço da formação” (Nóvoa, 2017, p. 1116).

Sabe-se que a licenciatura em Matemática é uma tricotomia composta pela formação didático-pedagógica, matemática e prática escolar, sendo as duas últimas desenvolvidas sem apoio da primeira gerando uma incoerência no sentido geral do curso (Fiorentini & Crecci, 2015) e distanciando a teoria da prática em outra vertente. É necessário dar um sentido a tudo que se aprende nesses componentes no intuito de (re)significar a teoria discutida e aprendida com o olhar na sala de aula, na escola, nos ambientes de trabalho do professor. Quando uma formação leva o professor a interrogar a si mesmo e modificar-se, logo passa a se desenvolver profissionalmente (Imbernón, 2011). O desenvolvimento profissional do professor lida, essencialmente, com a aprendizagem, sendo esta sinal de mudança/ampliação/avanço do conhecimento, e essa aprendizagem deve ser o foco quando se analisa o desenvolvimento profissional do professor (Matos, Powell, Sztajn, Ejersbo & Hoverwill; 2009). Segundo Ferreira (2009), o desenvolvimento profissional é “um processo que se dá ao longo de toda a experiência profissional [...] - envolve a formação inicial e a continuada, bem como a história pessoal como aluno e professor” (p.149-150).

Diante do exposto, adotamos como pressuposto nessa pesquisa que teoria e prática são extremamente relevantes em um processo formativo que visa o desenvolvimento profissional dos professores de matemática. Tanto a formação como o desenvolvimento profissional envolvem elementos sociais, motivacionais, pessoais, cognitivos e afetivos.

Ainda, nosso interesse se volta para o Estágio Curricular Supervisionado, no âmbito do curso de licenciatura em matemática. O estágio possui um grande valor no curso de licenciatura, como componente obrigatório de 400 horas se faz presente no intuito de aproximar o futuro professor do seu campo de trabalho.

O Conselho Nacional de Educação buscou valorizar o estágio como espaço de aprendizagem profissional para o futuro professor, tentando romper a dicotomia entre teoria e prática:

[...] estágio curricular supervisionado de ensino entendido como o tempo de aprendizagem que, através de um período de permanência, alguém se demora em algum lugar ou ofício para aprender a prática do mesmo e depois poder exercer uma profissão ou ofício. Assim o estágio curricular supervisionado supõe uma relação pedagógica entre alguém que já é um profissional reconhecido em um ambiente institucional de trabalho e um aluno estagiário. Por isso é que este momento se chama estágio curricular supervisionado (Brasil, 2001, p. 10).

O professor supervisor tem o dever de acompanhar o estagiário procurando auxiliar em seu desenvolvimento profissional. Seu papel é intervir de maneira construtiva, mostrando estratégias de ensino, a postura na sala de aula, corrigir a parte do conteúdo quando necessário, a organização do quadro, entre outros fatores (Silva, 2020).

Dauanny (2015), em sua pesquisa de doutorado sobre Estágio, conclui que ainda é perceptível “a dicotomia entre teoria e prática, com uma perspectiva burocrática do estágio, e o entendimento do curso como tendo duas partes separadas: uma denominada de teórica, e outra, de prática” (p. 269), sendo menos relevante diante da teoria. Destarte, vê-se a dimensão do Estágio Curricular Supervisionado e o quanto necessita de um olhar mais cauteloso para os sujeitos envolvidos para que não seja um processo formativo sem formação e sem desenvolvimento.

### **Lesson Study e Engenharia Didática**

Uma abordagem de desenvolvimento profissional dos professores se espalhou em todo Japão, a pedidos do governo, pelo fato de os professores começarem a assistir as aulas uns dos outros para refletirem e discutirem entre eles o que poderia ser melhorado. Stigler e Hiebert (1999) afirmam que LS é um “novo conceito para os professores que iniciam sua carreira. Se os métodos dos cursos de graduação fossem reestruturados [...] em um planejamento e experiências de aulas, novos professores estariam preparados” (p. 158). A formação inicial dos professores japoneses se dá por volta de quatro anos e, no início de sua carreira, a carga horária é reduzida para que outros professores assistam às suas aulas e todos participem em grupos de LS (Fernandez, 2002).

Esse processo japonês envolve de três a quatro fases: o planejamento da aula, a observação e execução da aula, a reflexão pós-aula e, em alguns casos, a reaplicação dessa aula pós-reflexão (Baptista, Ponte, Velez, Belchior & Costa; 2012), podendo ser utilizado por (futuros) profissionais da educação. O foco está na aprendizagem dos alunos e, conseqüentemente, no desenvolvimento profissional dos professores de qualquer área de ensino. O planejamento dessa aula é baseado na resolução de problemas envolvendo um estudo com os materiais didáticos como o *kyouzai kenkyuu* que é um componente de instruções de ensino como um livro didático e currículo japonês sobre os conteúdos incluindo tarefas e ferramentas (Takahashi & Mcdougal, 2019).

Na segunda etapa que é a *kenkyuu jugyou* (*research lesson*), ou seja, o ensino, observação e coleta de dados, Miyakawa e Winsløw (2009a) apresentam a estrutura da aula: *hatsumom*: o professor introduz um problema aberto; *kikan-shido*: o professor observa a resolução dos alunos em cada mesa, identificando os métodos utilizados e esclarecendo questões; *takuto*: o professor pede que os alunos apresentem suas soluções para toda a turma; *neriage*: discussão da validade e pertinência das ideias propostas, principalmente com base na contribuição dos alunos; *matome*: o professor recorda as principais ideias da aula apresentando ou reformulando os melhores ou novas estratégias encontradas.

A fase da reflexão pós-aula é o momento de discutir sobre tudo que foi experimentado a partir do planejamento, avaliando os processos de ensino e aprendizagem do professor e alunos.

Pesquisas com LS têm apontado uma potencialidade para desenvolver de modo aprofundado o conhecimento dos participantes sobre os conteúdos que ensinam, tanto na formação inicial (Burroughs & Luebeck, 2010; Macedo, Bellemain & Winsløw, 2019) quanto na formação continuada (Baldin, 2009; Clivaz, 2015; Bezerra, 2017).

Como dito inicialmente, a Engenharia Didática é o suporte teórico da pesquisa, visto que possui algumas semelhanças com a LS. No início da década de 80, surgiu o termo ED para nomear um tipo de pesquisa que influenciou e influencia o desenvolvimento da Didática da Matemática francesa, e está na essência da Teoria das Situações Didática de Guy Brousseau e outros quadros teóricos (Artigue, 1988). A ED faz a interligação entre a teoria e a prática de ensino em Matemática, sendo “um esquema experimental baseado em ‘realizações didáticas’ em sala de aula, isto é, na concepção, na realização, na observação e na análise de uma sequência de ensino” (p. 285).

Como metodologia de pesquisa é dividida em quatro fases: análises preliminares/prévias; concepção e análise a priori; experimentação de uma sequência

didática e, análise a posteriori e validação (Artigue, 1988). A primeira fase envolve o quadro teórico didático geral e os conhecimentos previamente adquiridos no campo de estudo; e os pontos mais frequentes são: análise epistemológica dos conteúdos contemplados pelo ensino, das concepções dos alunos, das dificuldades e dos obstáculos que marcam sua evolução; das condições e fatores do campo da pesquisa dos quais depende a construção didática efetiva.

A ED se caracteriza por validar suas experimentações em sala de aula a partir da confrontação entre a análise a priori das situações didáticas e a posteriori. Perrin-Glorian e Bellemain (2016) argumentam que o processo de elaboração de uma sequência didática, baseada no esquema experimental da ED, envolve uma construção teórica cuidadosa, uma análise minuciosa de possibilidades, uma argumentação fina de escolhas didáticas que supostamente favorecem a aprendizagem.

Em seguida, temos a experimentação que é a parte prática da engenharia. É nessa fase que ocorrem as observações das aulas, das produções dos alunos dentro e fora da sala de aula. A experimentação de uma sequência didática deve confirmar ou não a pertinência das escolhas feitas, as quais se baseiam fortemente no estudo sistemático do conhecimento teórico acumulado. Na análise a posteriori é possível analisar as diferenças entre o que foi esperado e o que foi observado. A confrontação com a análise a priori permite verificar se as escolhas didáticas realizadas provocaram a interação esperada entre os alunos e o que foi proposto.

Olhando para o ensino regular, a ED possibilita ao professor de tomar decisões e, conseqüentemente, ao pesquisador de compreender melhor os problemas do ensino para buscar soluções e auxiliar os professores em suas aulas (Perrin-Glorian & Bellemain, 2016). Discutindo a respeito da ED e LS, Miyakawa e Winslow (2009b) afirmam que existem afinidades como interação social, antecipação das estratégias dos alunos, ciclo experimental e pensamento independente dos alunos. Entretanto, eles afirmam também que as diferenças são mais pertinentes do que as semelhanças, tanto em relação aos objetivos, quanto aos princípios para “boas” aulas.

As atividades na LS são orientadas a desenvolver e melhorar uma aula a partir da perspectiva das pessoas que participam dela. Neste processo, os professores se desenvolvem profissionalmente. Ao contrário da LS, a Engenharia Didática (baseada na TSD) visa estabelecer conhecimento científico: a aula é realizada para confirmar as condições de aprendizado que são antecipadas na análise a priori do conhecimento alvo e experiência anterior. Em suma, a ED propõe uma abordagem sistêmica para a pesquisa sobre as

condições para a aprendizagem de matemática, enquanto a LS propõe uma abordagem sistemática para desenvolver a prática de ensino de matemática (Miyakawa & Winsløw, 2009b, p. 19).

Formulamos a hipótese que a ED e a LS, com aportes e limitações, os elementos complementares dessas duas perspectivas pode trazer contribuições para a pesquisa sobre o desenvolvimento profissional de estagiários, formadores e professores de educação básica, supervisores do estágio curricular supervisionado.

### **Grandezas e Medidas: Comprimento e Área**

Desde a década de 1990, os documentos curriculares (Brasil, 1998) têm voltado um pouco mais da sua atenção para o ensino das G&M, por sua presença nos “usos sociais, com suas utilizações nas técnicas e nas ciências; as conexões com outras disciplinas escolares; e as articulações com outros conteúdos da Matemática” (Lima & Bellemain, 2010, p. 168).

Os pesquisadores argumentam que há dificuldades persistentes na aprendizagem de conteúdos desse campo pelas lacunas no ensino e complexidade conceitual do campo. Essas podem ser superadas com atividades que envolvam os conceitos matemáticos junto aos objetos físicos e às representações gráficas no estudo da geometria e das grandezas geométricas. Com isso, tem-se três tipos de objetos: matemáticos; físicos; gráficos. Para simplificar, denomina-se qualquer um deles de objeto geométrico a que está ligado a uma grandeza e esta, por sua vez, pode ser medida (Lima & Bellemain, 2010). Um mesmo objeto pode ser associado a várias grandezas e em vários objetos podemos considerar uma mesma grandeza.

Nos anos finais do ensino fundamental, é necessário reconhecer “grandezas como comprimento [...] e identificação de unidades adequadas (padronizadas ou não) para medidas, fazendo uso de terminologia própria.” (Brasil, 1998, p. 73). A Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2017) apresenta como expectativa que “os alunos reconheçam comprimento, área [...] como grandezas associadas a figuras geométricas [...] e que estabeleçam e utilizem relações entre essas grandezas” (p. 271).

Da mesma forma que “um par (número, unidade de área) é uma maneira de designar uma área, a qual é considerada como uma classe de equivalência de superfícies” (Bellemain, 2004, p. 4), o perímetro pode ser designado com um par (número, unidade de comprimento). O comprimento é uma grandeza geométrica que, geralmente, é associada a objetos geométricos retilíneos. Entretanto, esses objetos podem ser curvas abertas ou fechadas, se

estas curvas forem formadas por segmentos de retas, temos linhas poligonais ou um polígono.

Lima e Bellemain (2010) abordam que uma forma de medir o comprimento de uma curva é decalcá-la com fita de papel ou barbante e depois retificá-lo. Logo, os pesquisadores denotam que o comprimento de uma curva fechada ou do contorno de uma região é chamado de perímetro. O perímetro é, geralmente, trabalhado antes da grandeza área e não em conjunto o que pode acarretar erros e dificuldades por parte dos alunos na dissociação entre perímetro e área.

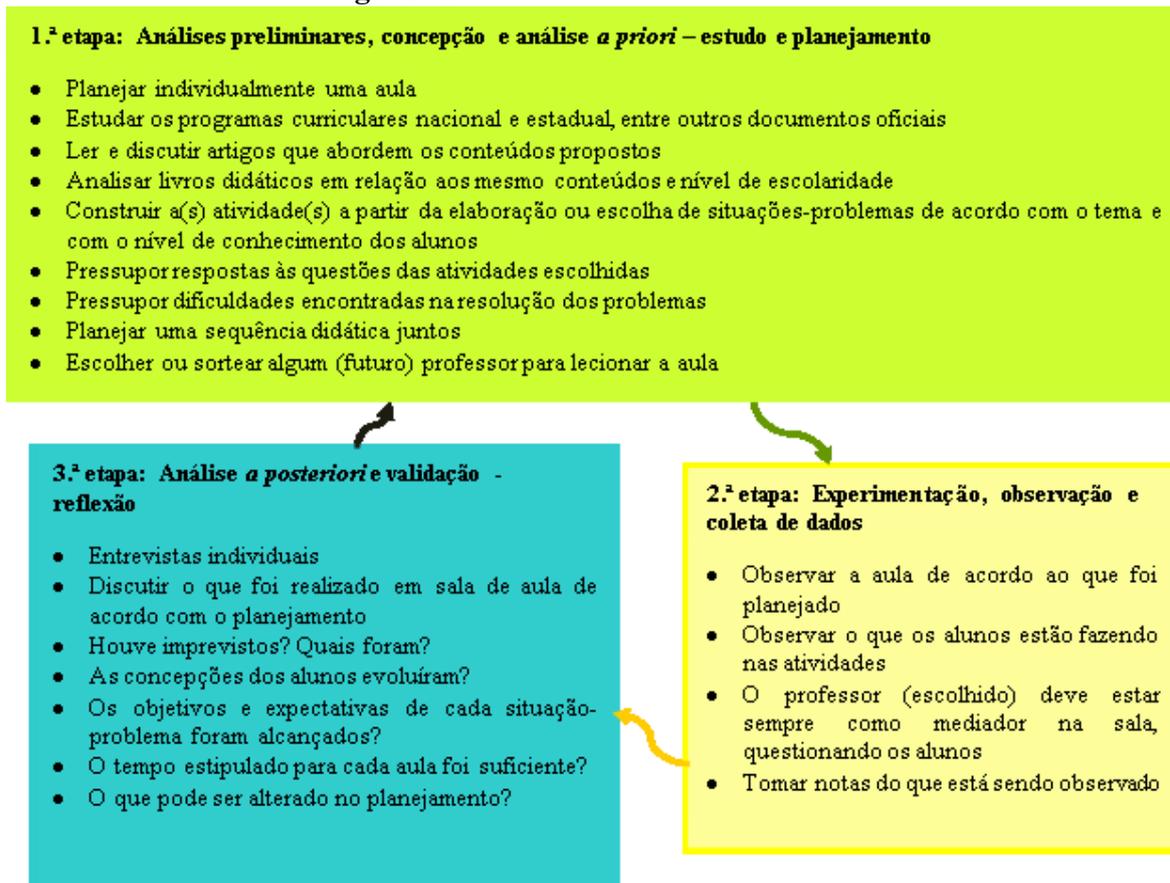
Algumas atividades (Lima & Bellemain, 2010) podem auxiliar na dissociação de área e perímetro e na construção de área e comprimento como grandezas, por exemplo: utilizar uma das peças do tangram como unidade de área; utilizar instrumentos comuns para medir o comprimento ou o perímetro de uma figura como barbante, palmo, passo e, também, com unidades de medida convencionais como centímetro com uso da régua; uso de malhas quadriculadas/triangulares/hexagonais para compreensão do conceito de área, entre outras. São esses tipos de atividades que esperamos das propostas dos participantes no planejamento da sequência didática.

### **Processos Metodológicos**

A metodologia de pesquisa utilizada foi a Engenharia Didática. Para esse estudo, os sujeitos participantes foram: uma turma de 7.º ano de uma escola federal do estado de Pernambuco, na qual os alunos serão identificados por An; um professor (S) da escola que atuou como supervisor dos estagiários; um formador (F) docente da disciplina Estágio Curricular Supervisionado III - estágio de regência no ensino fundamental II - do curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade do mesmo estado; quatro estagiários (E1; E2; E3; E4) dessa turma; a primeira autora (P) deste artigo que atuou como mediadora do estudo (facilitadora), promovendo as discussões e reflexões sobre os conhecimentos envolvidos; e, a segunda como orientadora do estudo. A escolha dos participantes foi feita por afinidade com a pesquisa e disponibilidade.

Consideramos alguns aspectos relevantes da LS e ED que foram interligados para construir o processo formativo apresentado na figura 1.

**Figura 1:** fusão de elementos da LS e ED



**Fonte:** autoria própria

Esta proposta de pesquisa se deu em três etapas. A primeira e segunda fases da ED (preliminares, concepção e análise *a priori*) se entrelaçaram em uma junto com a primeira da LS em um conjunto de 11 reuniões com duração de 1-3 horas. Constituiu-se no planejamento individual de um conteúdo do campo das Grandezas e Medidas do 7.º ano; quadro teórico sobre grandezas comprimento e área para o 7.º ano, estudo e pesquisa nos programas curriculares e artigos que envolvessem essas grandezas; análise de livros didáticos; e, construção da sequência didática. Houve reuniões de planejamento com todos os participantes e só com os estagiários, presenciais e online, sem a presença da pesquisadora (P).

Para conduzir essa construção com as situações-problema foi utilizado um guia sistematizado pelo prof. Maurício Figueiredo Lima (Pernambuco, 1998) baseado na TSD. Esse guia trabalha com os aspectos epistemológicos, questionando sobre a história do conteúdo, o papel deste na Matemática, em outras disciplinas e nas práticas sociais. O estudo dos programas curriculares, de nove livros didáticos, dos exercícios e problemas que estão relacionados; as concepções iniciais dos alunos e com isso a presença de S se faz ainda mais

importante. Os objetivos a serem alcançados em cada situação; a construção de uma nova noção para determinado conteúdo será possível a partir das construídas anteriormente pelos alunos?; a organização da sala em cada momento. A partir de que dados será feita a avaliação, o que aconteceu de acordo com o planejamento e o que poderia ter sido diferente para uma próxima aula. Vários questionamentos que nortearam a construção da sequência.

A experimentação, observação e coleta de dados integrou a implementação do planejamento por E1 e E2 em uma das turmas e a observação por parte de S, P, E3 e E4. A quantidade de aulas foi de 10 horas/aula de acordo com as particularidades do Estágio que foram divididas em cinco encontro com duas aulas consecutivas.

Na quarta etapa, análise a posteriori e validação - reflexão, pretendeu-se discutir com todos os participantes quais os pontos positivos e negativos desde a análise a priori sobre cada problema/aula, e sobre o que e como modificar, replanejando o que fosse necessário. Cada replanejamento realizado iniciou um novo ciclo do processo. A coleta de dados foi efetuada por gravação em vídeo, registros de observação, planejamentos individuais e em conjunto. Para essa reflexão foram visualizadas algumas partes dos vídeos das aulas de forma que os participantes pudessem apresentar suas notas de observação ao longo do andamento do vídeo da aula.

Devido ao espaço limitado, recortamos um episódio do segundo encontro para apresentar neste artigo sobre perímetro que conduziu os alunos à introdução da dissociação de área.

## **Resultados e Discussões**

Alguns recortes serão apresentados para exemplificar cada etapa vivenciada pelo grupo participante que deram suporte a este episódio. Esta seção será dividida em três seções: análise preliminares, concepção e análise *a priori* (estudo e planejamento); experimentação, observação e coleta de dados; análise *a posteriori* e validação (reflexão).

### *Análises Preliminares, Concepção e Análise a priori*

A experiência, em sala de aula, de F e o conhecimento em relação as grandezas geométricas deram indícios em sua fala sobre o que os alunos, em geral, sabem e valorizam. As discussões foram norteando as decisões que influenciaram no planejamento das aulas. Assim, dando ênfase à teoria que F e S apontam junto com suas práticas profissionais em cada momento de reflexão com os estagiários, de aprofundamento de conhecimentos e de construção dos planos. Com isso, S relevou a importância do aluno

fazer medição sem o instrumento de medida convencional, fazer comparação, encontrar medidas sem o uso de fórmulas. [...] A necessidade de dissociar perímetro de área. Algo que a meu ver é fundamental, que é o erro da medida, que pode ser pelo instrumento, de aproximação racional.

S fez referência a vários tópicos importantes para o decorrer da primeira etapa, a necessidade de trabalhar medição sem o uso de fórmulas com unidades de medida não convencionais, a dissociação de perímetro e área, e o erro de medição. Nessa mesma linha de raciocínio, E1 respondeu que

uma das coisas que ele (S) falou agora, a ideia de medir, eu demorei muito para entender, até quando eu estava no ensino médio, eu só vim entender mesmo quando comecei a vim para o grupo essa ideia, assim eu tinha intuição, mas, por exemplo, se eu chegar para o menino e disser “Quanto é que mede essa folha aqui? Qual o comprimento dela?”. Aí ele vai dizer o que? “Eu preciso de uma régua.” Eu digo, “Não.” Então, eu não preciso de uma régua para medir. Eu pego isso daqui [uma caneta] e consigo medir, fazendo uma aproximação.

F complementou que essa ideia de E1 remete a dissociação do tripé: grandeza, medida e objeto:

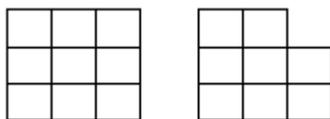
é muito a ideia de dissociar. A questão da medida, que é um número, da grandeza, a grandeza área da própria figura. Você pedir para ele medir com essa tampinha essa mesa, aí “Quantas tampinhas vão ser preciso?”, depois com essa caneta. “Será que o comprimento daqui para aqui mudou ou o que mudou foi a unidade de medida?” Então, é uma coisa que a gente vai trabalhando com eles, para eles saberem que a depender do instrumento que vai ser usado, a medida vai aumentar ou diminuir, mas o comprimento permanece o mesmo, por ser o atributo daquele objeto.

Percebe-se a importância de construir um conhecimento não apenas matemático, mas didático e pedagógico para trabalhar as grandezas comprimento e área com a utilização de objetos como instrumentos não convencionais de medida para medir outros objetos, dissociando estes da medida (número) e da grandeza determinada.

Seguida dessa fala, F mostrou que o instrumento utilizado para medição influencia totalmente no resultado e que isso pode ser utilizado em formato de atividade para trabalhar com os alunos essa dissociação. Além desta, a dissociação entre perímetro e contorno foi discutida como uma antecipação do que poderia surgir nas aulas. Percebe-se que a complexidade dos conceitos surgiu naturalmente na discussão que antecedeu o estudo dos documentos curriculares (BRASIL, 1998; BRASIL, 2018; PERNAMBUCO, 2012) e do artigo de Lima e Bellemain (2010) sobre Grandezas e Medidas.

Para o ensino de perímetro e área, entre os pontos que E1 destacou dos PCN estava: “construção de procedimentos para o cálculo de áreas e perímetros de superfícies planas (limitadas por segmentos de reta e/ou arcos de circunferência)” (Brasil, 1998, p. 89).

**Figura 2:** representação ilustrativa do exemplo dado por S baseado em Abrahão (2012)



**Fonte:** autoria própria.

S: [...] a área disso aqui é 9, o perímetro é 3, 6, 9, 12. Se eu pegasse simplesmente apagasse e pegasse esse pedaço, para fazer isso aqui, a área diminuía uma unidade e o perímetro ainda seria o mesmo.

Esse é um exemplo bastante curioso e interessante, porque mostra dissociação de perímetro e área de uma forma clara e dinâmica. Este foi um ponto discutido e relevado pelos professores participantes que despertou a vontade dos estagiários de colocar na sequência didática algo semelhante. Antes de trabalhar com a dissociação, os estagiários questionaram sobre a definição de perímetro ao analisar um dos livros didáticos.

S: "o perímetro de um polígono é a soma das medidas de seus lados." A soma das medidas dos lados é a medida do perímetro. O perímetro é um atributo da figura. Não é um número. [...] perímetro é uma grandeza. Número é a medida da grandeza.

E1: qual a definição de perímetro?

S: eu não vou dizer não. [...] Mas todas as grandezas são atributos de...

P: porque se for um círculo...

S: fora essa bronca.

[...]

E1: então, uma definição para perímetro poderia dizer que é o contorno da figura ou não?

S: não. [...] por exemplo, esse meu cordão, eu tenho isso aqui, se o perímetro é o contorno (faz um retângulo com o cordão), isso tem que ser diferente disso (triângulo), porque são contornos diferentes. Só que na verdade não, eles têm o mesmo perímetro. Esse perímetro é igual a esse perímetro. Ele não está associado ao contorno que é a forma.

P: aquele livro de grandezas e medidas... Explorando o Ensino (Lima & Bellemain, 2010, p. 186) afirma que: "o comprimento de uma curva fechada é o que chamamos seu perímetro".

S: o comprimento?

E1: mas aí está associando a número, não?

S: exatamente.

P: não. A medida do comprimento é que é um número. O comprimento não é.

S: ah, ele está dizendo o comprimento, desculpa, está certo.

P: é. "O comprimento de uma curva fechada é o que chamamos seu perímetro."

Embora pareçam conteúdos triviais para um (futuro) professor de Matemática, os participantes notaram a complexidade das grandezas à medida que estudavam documentos, artigos e analisavam os livros didáticos. O ensino voltado para fórmulas muitas vezes leva o próprio (futuro) professor a não saber a definição do que está sendo trabalhado. Isso evidencia a importância das análises preliminares e *a priori*, e do estudo para o planejamento (etapas da Engenharia Didática com a primeira da Lesson Study) para os participantes. Dessa forma a teoria e a prática se relacionaram durante todo o processo, pois a partir das análises dos livros, das leituras e discussões, foi possível pensar nas aulas a partir dos conhecimentos

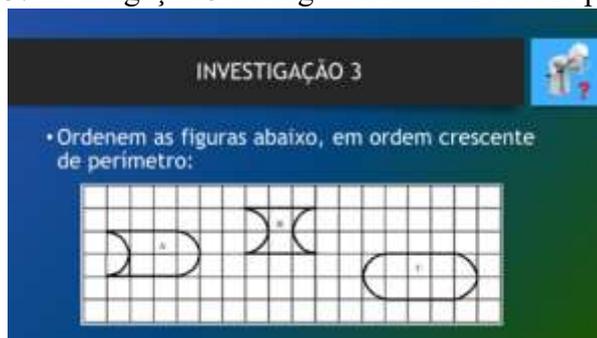
que foram construídos, aprofundados ou mesmo reconstruídos. A definição de perímetro é um exemplo de uma das reconstruções feita pelos estagiários quando confrontaram aquilo que tinham aprendido com o que o livro e o artigo (Lima & Bellemain, 2010) abordavam.

A leitura do trecho de Lima e Bellemain (2010) ajudou bastante ao grupo para entender a dissociação de objeto, comprimento, perímetro e contorno que gerou uma discussão interessante entre os alunos no segundo encontro. Com as discussões, o segundo encontro foi planejado e uma última atividade adaptada de um artigo (Rocha, Pessoa, Silva Filho & Pereira; 2014) foi acrescentada que será apresentada na seguinte seção.

### *Experimentação, observação e coleta de dados*

A investigação 3 do segundo encontro (fig. 3) foi bastante discutida e serviu como início da dissociação de perímetro e área no terceiro encontro.

**Figura 3:** investigação 3 do segundo encontro sobre perímetro.



**Fonte:** slide utilizado no segundo encontro.

Embora a investigação 2 não tenha sido bem compreendida que foi uma atividade com palitos onde o perímetro se mantinha, os estagiários nem esperavam que a 3 fosse superar tão bem o que não pode ser construído na 2. Inicialmente, E1 começou falando que ia ser algo mais rápido por ser pensada e discutida com todos os alunos sem separar por grupos.

E2: quem acha que tem uma figura que tem um perímetro maior que outra e quais?  
Aluno 1: tem umas maiores, tem umas figuras que tem o perímetro maior e outra que não.

E2: alguém mais? Beleza. Alguém quer acrescentar alguma coisa?

Aluno 2: é uma não certeza, porque olhando assim dá para perceber que as curvas não são retas como a diagonal, são curvas. Comparando com as curvas da figura C com as da figura B, as da figura C são um pouco maiores do que a da figura B. Então eu tenho quase certeza de que elas têm tamanhos diferentes.

E2: perímetros diferentes.

Aluno 2: é, perímetros diferentes.

Aluno 3: eu acho que todas são iguais, porque está falando do perímetro e não da área. Olhando assim você pode dizer que a figura C tem maior perímetro, mas não, ela tem maior área. É diferente.

Vários alunos: é, são todas iguais, tudo igual...

Aluno 4: então, é porque tipo, eu pensei, pelo menos eu não fiz cálculo, eu pensei pelo menos assim...

E2: o perímetro da C seria maior que o da B? só mais uma pessoa, está certo?

Aluno 4: sim.

Aluno 5: eu acho que tem sim um pouco de diferença [...] quando faz assim para entrar, tem uma diferença assim (faz gesto de curva para dentro e para fora). Aí eu acho que a C seria a menor, o A seria o segundo lugar e o B seria o maior.

Várias justificativas para dizer que os perímetros são diferentes e uma resposta só com a concordância de outros alunos afirmando que são iguais. O aluno 2 utiliza a palavra comparar como estratégia para justificar sua resposta, embora os outros alunos tenham feito o mesmo, mas não disseram. Além de usar a palavra tamanho e não perímetro, talvez se o estagiário não tivesse corrigido, ele chegasse a se corrigir mais tarde em outra fala, mas ao mesmo tempo E2 quis retomar ao que já estava no enunciado e por conta do pouco tempo que tinha para acabar a aula. O aluno 4 quando diz que não fez o cálculo já dá indícios de que se tivesse feito ele teria certeza de que seriam diferentes ou que o costume de os utilizar leva-o a crer que é mais correto. E o 5 acredita que no momento de ‘dar a curva’ o contorno é maior. Após isso outro aluno teve a ideia de comparar com um *band-aid* a partir da explicação de um colega, embora este tenha confundido um pouco com área, mas conseguiram resolver a investigação.

Aluno 6: porque tipo assim, se você for ver assim essa curvatura, ela tem, mais ou menos, ela tem a mesma, o mesmo tamanho, o mesmo quadradinho que falta nesse aqui. Então se fosse inverter e colocar esse daqui para dentro é só você colocar ela para fora e terá a mesma unidade que essas aqui.

Aluno 7: isso daí está parecendo um passo a passo de como abrir um *band-aid*.

Essa investigação foi para que os alunos percebessem que o perímetro não é a soma dos lados e não só as figuras poligonais possuem perímetro. Entretanto, no final da aula um aluno ainda questionou se contaria só as “partes retas” de uma figura ou o todo. E os estagiários deram o exemplo do comprimento do CD para discutir isso.

### *Análise a posteriori e validação (reflexão)*

Ao final do segundo encontro, E1, E2, S e P comentaram um pouco sobre essa investigação e sobre as próximas aulas.

E1: eu realmente estou com muito medo das próximas aulas.

S: medo não...

P: não, foi muito bom.

E1: porque eles já estão falando de área. Cara, eles já têm muito conhecimento.

[...]

S: por exemplo, no começo era um monte que dizia que era a soma de todos os lados.

P: é... foi.

S: e agora no final... talvez, muitos até não tenham percebido que qualquer curva tem um perímetro.

S tenta mostrar para os estagiários que estavam aflitos com o conhecimento dos alunos que embora ‘muitos alunos não tenham percebido que qualquer curva tem um perímetro’, mas a ideia da soma de todos os lados foi um pouco escanteada e os alunos ficaram com essa reflexão.

Com isso, voltam para a aula de perímetro pensando no planejamento do terceiro encontro e próximos encontros.

E2: [...] a gente estava pensando em amarrar mais essa questão de perímetro, deixar bem claro essa questão de perímetro porque a gente não chegou a dizer para eles realmente. Teve até uma aluna que disse que era a medida do contorno, já teve outra que falou que era o próprio contorno.

S: e que ainda falou do polígono.

E2: é, do polígono. Deixar essa coisa de polígono também.

S: acho que isso precisa ser trabalhado. [...] São dois pontos chaves que eu acho: dizer que perímetro é a medida do contorno.

P: comprimento.

S: comprimento do contorno e a outra é que o contorno não precisa ser poligonal nem circular. Porque aí vocês trouxeram um círculo e, aparentemente, já vai servir para todos os outros. Aí pode ser que alguém pegue: se não for polígono tem que ser círculo.

E1: verdade, tem que separar.

S: são esses dois pontos que eu acho que são importantes.

E2: a gente estava pensando nisso. De fazer na terceira aula essa...

Nesse trecho, ainda é possível perceber que até S, às vezes, se perde na definição de perímetro e o quanto eles se preocupam com isso. Ao mesmo tempo que analisam as respostas dos alunos e pensam em como levá-los a construir o conhecimento adequado à definição, seja com atividades trabalhando com barbante para medir o perímetro de uma folha (de árvore) ou desenhando curvas fechadas no intuito de desvincular a soma de todos os lados que foi uma resposta unânime da turma filmada.

S relembra o que pensou antes da última investigação do segundo encontro e faz uma observação:

S: aí eles vão para a próxima, vamos para a próxima. Eu olhei assim e faltavam 15, vocês vão botar outra atividade aí? [...] colocou no quadro aí o debate começou a ficar massa e eles preocupados com a hora, só mais uma fala, só mais uma fala, só que as falas estavam muito interessantes. Se deixassem os 15 minutos inteiros só os alunos se colocando só do jeito que os alunos estavam fazendo, a aula tinha terminado de uma maneira triunfante, eu acho.

A preocupação de S quando os estagiários não conseguiram *feedback* da investigação 2 por falta de um enunciado adequado foi inevitável quando eles mudaram para 3. Esta tinha sido organizada pelos estagiários para ser impressa, mas eles pensaram no tempo da aula e resolveram discutir com a turma toda. Entretanto, ao longo das respostas dos alunos percebeu

que o tempo era curto para tanta discussão interessante sobre perímetro que estava surgindo e que os estagiários tentavam controlar para não deixar a investigação sem resposta ao final da aula. E1 mostra a admiração sobre os comentários dos alunos com relação a área e perímetro sem ter sido pedido:

E1: já surgiu naturalmente a área diminuindo o perímetro dá o mesmo, a área aumentando o perímetro dá o mesmo. [...] Só que a gente vai retomar essa ideia aí. Área provavelmente vai ser tranquilo porque a gente, provavelmente, já vai começar a misturar os dois.

A reflexão dos alunos em relação a dissociação de área e perímetro deixou E1 e E2 apreensivos por saberem além do que eles pensavam e ao mesmo tempo tranquilos com relação ao ensino de área. S ainda reforçou que no seu estágio ele utilizou questões parecidas com esses comentários e que levam os alunos a pensarem bastante sobre essa dissociação. Lendo suas anotações, S disse

S: ele [aluno] disse assim: pode medir a área de algo que está dentro do perímetro? [...] porque perímetro não é objeto geométrico não, perímetro é a medida, é o comprimento, entende? Tipo, eu posso ver algo que está dentro do contorno, faz sentido. Agora dentro do perímetro?

E2: o perímetro limita uma região interna e externa.

S: contorno. Contorno tem a região interna e externa, mas o perímetro não. O perímetro é o comprimento daquela borda. Então como é que eu vou dizer que está dentro do comprimento?

E1: é porque o que eu estava pensando na hora era isso de perímetro na minha cabeça quando eu falei será? E eu até concordei na hora era justamente isso que o perímetro delimita uma região interna e externa. Então se ele está delimitando isso.

S: mas não é o perímetro que faz isso.

E2: é por isso que eu to guardando a informação que aluno 7 e aluno 8 deram.

S: perfeito. É isso, perfeito. É isso que tem que ser amarrado. Perímetro não é o contorno, perímetro é o comprimento do contorno.

Essas questões que S expôs contribuiu para que os estagiários pensassem e compreendessem mais sobre a dissociação de perímetro e contorno. Ao mesmo tempo que eles estavam lembrando das respostas dos alunos e pensando em como fazê-los chegar a essas conclusões a partir das discussões.

Embora tivesse sido estudado e discutido sobre as diferenças existentes entre perímetro e contorno, a prática levou os estagiários a retomarem o que havia sido visto na parte teórica. Ou seja, a confrontação da experimentação (execução do planejamento) com a análise *a priori*, a análise *a posteriori* e reflexão se fazendo presente para contribuir com (re)planejamento das próximas aulas. Assim, também é notório que há um desenvolvimento profissional dos estagiários ao refletirem sobre cada momento das aulas, sobre os conhecimentos envolvidos. A discussão prosseguiu com E1 o que esperava como resposta dos alunos e com S apresentando sua expectativa para com o estagiário:

E1: porque o valor que eu estava esperando... se eles colocassem como resposta seria 6 unidades de comprimento, se eles utilizassem 6 tracinhos e 1 circunferência. Eu ia aceitar isso como perímetro.

S: imagina só, para a gente concluir que tinha mesmo perímetro eu jurava que tu ias fazer um argumento que eu acho que todo mundo esperava. [...] Porque o de cima e o de baixo são iguais em todos e perceber que o comprimento disso aqui é igual ao comprimento disso aqui. E todas que aparecer assim (semicircunferência) ou assim vão ter o mesmo comprimento.

E1: eu achei genial a resposta de uma menina lá que eu não tinha pensando nisso também. [...] pega aquele negócio e puxa e bota para fora e fica ali a figura C. Aí eu fiz: eita, é mesmo. Aí pega o outro e bota para dentro, tem a figura B, tem o mesmo perímetro, assim, são iguais. Eu não tinha pensando nisso não.

E1 explicou de um jeito que os alunos não entenderam, inclusive S também não, por isso S mostrou o que esperava dos estagiários, especificamente de E1 que estava no controle da discussão. O raciocínio de E1 estava correto para a linguagem dos alunos, mas a explicação não foi suficiente para que eles entendessem, então S sugeriu que quando fosse explicar novamente definisse uma semicircunferência. E4 concorda que devem começar a aula com essa explicação e elabora alguns questionamentos sobre a diferença entre perímetro e contorno.

E4: a gente pode perguntar para eles se o perímetro se mantém. Aí eles: se mantém. E o contorno, se mantém? [...] Pode ter alguém com argumento: não, contorno é diferente. Um é diferente do outro.

S: [...] essa questão que tu trazes é a mesma questão que os teóricos trazem das grandezas e medidas. Que se eu posso fazer essa diferenciação de que os contornos são diferentes e os perímetros são iguais, eu não posso dizer que perímetro é o contorno. Da mesma maneira que eu não posso dizer que área é um número, porque se eu mudo a unidade de medida, eu mudo o número e a área não é alterada.

S tentou utilizar as mesmas ideias de perímetro para refletir sobre área, pois a aula seria de área também. Além de enfatizar essa dissociação e a maneira como E1 estava pensando em trabalhá-la com os alunos a partir de alguns questionamentos ao longo das investigações. As discussões geradas com os problemas propostos em cada aula foram relevantes para que os estagiários analisassem o que ia ser ensinado em seguida e o foi estudado e aprendido com a primeira etapa do processo. O entrelace da teoria com a prática aconteceu desde o início da Engenharia Didática com a *Lesson Study*, pelo fato de que F e S abordaram suas experiências profissionais e seus conhecimentos matemático, didático e pedagógico para que os estagiários pudessem utilizar isto como teoria, construindo com os estudos uma prática bem-sucedida nesses aspectos.

## Considerações Finais

Diante do estudo realizado, alguns pontos foram ressaltados. A questão da disponibilidade e interesse foi uma dificuldade presente desde o início da pesquisa. Primeiramente para encontrar os participantes e, segundo, para conseguir reuni-los várias vezes. Logo, em alguns momentos nem todos puderam estar presentes, o que era esperado. Outra dificuldade foi a gestão do tempo durante as aulas, o fato de o planejamento escrito ter se resumido aos slides das aulas com as investigações e espaço para resultados pode ter influenciado. Embora todos os tópicos tenham sido discutidos como objetivos, metodologia, tempo e avaliação isso levantou questionamentos na reflexão, o tempo de explicação ou execução de algumas atividades ou a forma de explicá-las poderiam ter sido melhor administrados.

Outro fator relevante para o início do segundo estudo foi o nervosismo dos futuros professores por ser a primeira regência dentro do Estágio e de uma pesquisa de doutorado, um deles expressou que isso pediu maior empenho e dedicação de cada um, e por estarem sendo observados.

Os estagiários demonstraram interesse em aprender as definições, pois tinham aprendido de maneira errônea algumas e, ao mesmo tempo, preocupação por não verem os alunos definirem da maneira como eles queriam. O professor supervisor e o formador apontaram que o processo de aprendizagem vai além de saber uma definição e que era mais importante.

A discussão sobre a avaliação foi pertinente, pois os estagiários não tiveram a certeza de que todos os alunos aprenderam ao longo das 10h/aulas. Isso os deixou um pouco insatisfeitos no final do Estágio. Concordaram que alguns objetivos não ficaram tão claros para todos nas discussões de cada atividade, esse foi um ponto que influenciou na maneira de avaliar. P também destacou que a falta do plano de aula escrito conduziu para isto. Esse modo de trabalho colaborativo entre formador, supervisor e estagiários fez uma diferença grande na aprendizagem dos estagiários, porque muitos questionamentos levantados por estes foram respondidos pelos professores.

Os principais elementos da ED para um estudo com elementos da LS são as análises preliminares, análise *a priori*, *a posteriori* e validação. Se olharmos apenas para LS, podemos encontrar implicitamente a dimensão epistemológica quando está sendo utilizado o *Kyouzai Kenkyuu* – livro didático com instruções curriculares e metodológicas sobre todos

os conteúdos da Educação Básica. Entretanto, as dimensões didática e cognitiva são trabalhadas a partir das experiências dos professores, mas nesse estudo essas dimensões foram vistas a partir de artigos e documentos estudados também, buscando aprofundar os conhecimentos dos participantes.

As reuniões serviram para iniciar o processo de validação dos conhecimentos que os estagiários foram adquirindo e aprofundando com as discussões e estudos. Assim como a parte pedagógica que também foi desenvolvida desde o início do estudo. Percebe-se que as fases de planejamento e reflexão contribuíram para o desenvolvimento profissional dos participantes, especialmente, dos estagiários que era o objetivo geral da pesquisa.

## **Referências Bibliográficas**

- Artigue, M. Ingénierie Didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, 1988, 9(3), 281-308.
- Baldin, Y. Y. *O Significado da introdução da Metodologia Japonesa de Lesson Study nos Cursos de Capacitação de Professores de Matemática no Brasil*. In: Simpósio Brasil – Japão, São Paulo/SP. Anais Simpósio Brasil – Japão. São Paulo/SP: Associação Brasil-Japão de Pesquisadores - SBPN, 2009. p. 1-5.
- Baptista, M., Ponte, J. P., Velez, I., Belchior, M. & Costa, E. *O lesson study como estratégia de formação de professores a partir da prática profissional*. Anais: Encontro de Investigação em Educação Matemática. 2012. Disponível em: <http://hdl.handle.net/10451/7070> Acesso em: 15 de setembro de 2015.
- Bellemain, P. M. B. *Um candidato a obstáculo à aprendizagem dos conceitos de comprimento e área como grandezas*. In: 2º Colóquio de História e Tecnologia no Ensino de Matemática. Rio de Janeiro: IME – UERJ, 2004.
- Bezerra, R. C. *Aprendizagens e desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental no contexto da Lesson Study*. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Ciências e Tecnologia Presidente Prudente: [s.n.], 2017, 210 f.
- Brasil. *Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática*. Secretaria de Educação Fundamental, Brasília, MEC/SEF, 1998.
- Brasil. *Parecer nº 28 de 02 de Outubro de 2001*. 2001. Disponível em <http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/028.pdf>. Acesso em 02 de agosto de 2017.
- Brasil. *Base Nacional Comum Curricular*. Versão final. Brasília: MEC. 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/> Acesso em: jul. 2018.
- Burroughs, E. A. & Luebeck, J. L. *Pre-service Teachers in Mathematics Lesson Study*. The Mathematics Enthusiast: 2010, vol. 7: No. 2, Article 15.
- Clivaz, S. *French Didactique des Mathématiques and Lesson Study: a profitable dialogue?* International Journal for Lesson and Learning Studies, 2015, 4(3), 245-260.
- Dauanny, E. B. *O Estágio no context dos processos formativos dos professors de Matemática para a Educação Básica: entre o proposto e o vivido*. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2015, 375p.

- Fernandez, C. *Learning from Japanese Approaches to Professional Development: The Case of Lesson Study*. Journal of Teacher Education, 53; 393. (2002). Disponível em: <http://jte.sagepub.com/cgi/content/abstract/53/5/393>.
- Ferreira, A. C.O Trabalho Colaborativo como Ferramenta e Contexto para o Desenvolvimento Profissional: compartilhando experiências. In: Nacarato, A. M. & Paiva, M. A. V. *A Formação do Professor que Ensina Matemática: perspectivas e pesquisas*. 2 ed. São Paulo: Editora Gutenberg, 2009.
- Fiorentini, D. & Crecci, V. M. Aprendizagem Docente na Formação Inicial mediante análise de práticas de ensinar aprender Matemática. In: Lopes, C. E., Traldi, A. & Ferreira, A. C. (Org.). *A Formação do Professor que ensina Matemática. Aprendizagem Docente e Políticas Públicas*. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2015.
- Imbernón, F. *Un Nuevo Desarrollo Profesional Del Profesorado para una nueva Educación*. Revista de Ciências Humanas, 2011, v. 12 n. 19, 75-86.
- Lima, P. F. & Bellemain, P. M. B. *Coleção Explorando o Ensino: Grandezas e Medidas*. Volume 17. Brasília, 2010, 167-200.
- Macedo, A. D. R., Bellemain, P. M. B. & Winsløw, C. Lesson Study with Didactical Engineering for Student Teachers in Brazil. In: *International Journal for Lesson and Learning Studies*, 2019, vol. 9 No. 2, pp. 127-138.
- Matos, J. F., Powell, A., Sztajn, P., Ejersbo, L. & Hoverwill, J. Mathematics Teachers' Professional Development: Processes of Learning in and from Practice. In: Even, E. & Ball, D. L. (Org.). *The Professional Education and Development of Teachers of Mathematics*. International Commission on Mathematical Instruction. Springer, 2009, v. 11.
- Miyakawa, T., & Winsløw, C. *Un dispositif japonais pour le travail en équipe d'enseignants: étude collective d'une leçon*. Éducation et didactique, 2009a, vol 3 - n°1 | pp. 77-90.
- Miyakawa, T., & Winsløw, C. *Didactical designs for students' proportional reasoning: an 'open approach' lesson and a 'fundamental situation'*, Educational Studies in Mathematics, 2009b, vol. 72 No. 2, pp. 199-218.
- Nóvoa, A. *Firmar a Posição como Professor, afirmar a Profissão Docente*. (2017). Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/cp/v47n166/1980-5314-cp-47-166-1106.pdf>.
- Perrin-Glorian, M. J.; Bellemain, P. M. B. *L'Ingenierie Didactique entre recherche et ressource pour l'enseignement et la formation des maitres*. (2016). Disponível em: [http://ladima.tuseon.com.br/uploads/file\\_manager/source/d7322ed717dedf1eb4e6e52a37ea7bcd/oficinas/CONFER%C3%8ANCIA%203%20-%20FRANC%C3%8AS.pdf](http://ladima.tuseon.com.br/uploads/file_manager/source/d7322ed717dedf1eb4e6e52a37ea7bcd/oficinas/CONFER%C3%8ANCIA%203%20-%20FRANC%C3%8AS.pdf).
- Pernambuco. Diretoria de Educação Escolar. *Política de ensino de escolaridade*. Recife: SEE, 1998.
- Pimenta, S. G., & Lima, M. S. L. *Estágio e docência: diferentes concepções*. Revista Poiesis (2005/2006)- vol 3, n. 3 e 4, 5-24
- Rocha, C. A., Pessoa, G., Silva Filho, J. M., & Pereira, J. A. *Uma discussão sobre o Ensino de Área e Perímetro no Ensino Fundamental*. (2014). Disponível em: [http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/geotri2014/modulo2/rocha\\_et\\_al\\_area%20e%20perimetro\\_minicurso.pdf](http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/geotri2014/modulo2/rocha_et_al_area%20e%20perimetro_minicurso.pdf)

- Silva, A. D. R. M. Contribuições da Jugyou Kenkyuu e da engenharia didática para a formação e o desenvolvimento profissional de professores de matemática no âmbito do estágio curricular supervisionado. Recife, 2020. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/40028>
- Stigler, J. W., & Hiebert, J. *The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom*. New York: The Free Press, 1999.
- Takahashi, A., & Mcdougal, T. Using School-Wide Collaborative Lesson Research to Implement Standards and Improve Student Learning: Models and Preliminary Results. In: Huang, R., Takahashi, A. & Ponte, J. P. (Eds.) *Theory and Practice of Lesson Study in Mathematics*. Suíça: Springer, 2019, p. 263-284.

#### ***Autores***

##### **Aluska Dias Ramos de Macedo Silva**

Licenciada en Matemáticas por la Universidad Estadual de Paraíba (UEPB). Máster en Educación en el área de Didáctica de las Matemáticas por la Universidad de Lisboa (UL).

Doctor en Educación Matemática y Tecnológica por la Universidad Federal de Pernambuco (UFPE). Actualmente es profesora de la Universidad Federal de Campina Grande. Tiene experiencia en Educación Matemática, con énfasis en Didáctica de las

Matemáticas y Formación de Profesores.

Correo electrónico: [aluskadrmacedo@gmail.com](mailto:aluskadrmacedo@gmail.com)

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0398-1097>

##### **Paula Moreira Baltar Bellemain**

Licenciada en Matemáticas por la Universidad Federal de Pernambuco (UFPE). Doctorado en Didáctica de las Disciplinas Científicas - Especialidad Didáctica de las Matemáticas en la Universidad de Grenoble I. Tiene experiencias en las áreas de enseñanza, aprendizaje y formación docente sobre los contenidos del campo de Cantidades y Medidas, y la integración de tecnologías en la enseñanza, en aprendizaje y práctica docente en Matemáticas.

Correo electrónico: [pmbaltar@gmail.com](mailto:pmbaltar@gmail.com)

<https://orcid.org/0000-0002-2864-8883>

#### **Como citar o artigo:**

MACEDO, A. D.; BELLEMAIN, P. M. B. Lesson Study e Engenharia Didática na Formação de (futuros) Professores de Matemática. **Revista Paradigma**, Vol. LXIII, Edición Temática Nro. 1: Práticas de Formação, Ensino e Aprendizagem em Educação Matemática na Contemporaneidade, pp 297 - 317, enero, 2022. DOI: [10.37618](https://doi.org/10.37618)