Visualización de formas geométricas: participación de profesores pedagogos

José Carlos Pinto Leivas leivasjc@ufn.edu.br https://orcid.org/0000-0001-6876-1461 Universidade Franciscana (UFN)

Santa Maria, Brasil.

Recibido: 20/junio/2021 Aceptado: 20/septiembre/2021

Resumen

Este trabajo presenta una investigación cualitativo-descriptiva que involucra a nueve participantes de una clase en un curso de acción continua para docentes pedagogos a nivel de maestría. El objetivo de la investigación fue proponer actividades que involucren artefactos manuales para investigar cómo estos presentan la visualización de formas geométricas planas en estos artefactos, así como espaciales en sus representaciones figurativas. Los datos se recolectaron a través de tres actividades en un Google Forms, en el que se presentaron cinco imágenes del mundo real con el fin de asociarlas con una única forma geométrica que se acercaba. El primero se refería al polígono cuadrado; el segundo a la región circular y el tercero a uno que no era un prisma. Los resultados mostraron que los individuos no hacen una distinción visual entre polígono y región poligonal; círculo y circunferencia. Finalmente, algunos confunden la imagen de un cubo con no ser un prisma. Se concluye que es necesario desarrollar habilidades visuales con el fin de facilitar la adquisición del desarrollo del pensamiento geométrico, con el fin de analizar las propiedades y relaciones entre dichos objetos.

Palabras clave: Formación continua. Polígonos y regiones poligonales. Representaciones geométricas.

Visualização de formas geométricas: envolvimento de professores pedagogos

Resumo

Neste trabalho é apresentada uma pesquisa de cunho qualitativo-descritivo envolvendo nove participantes de uma aula em curso de ação continuada para professores pedagogos em nível de mestrado. O objetivo da pesquisa foi propor atividades envolvendo artefatos manuais a fim de investigar como os envolvidos visualizavam formas geométricas planas nesses artefatos bem como espaciais em suas representações figurais. Os dados foram coletados por meio de três atividades em um *Google Forms*, no qual eram apresentadas cinco imagens do mundo real a fim de ser associada uma única forma geométrica que melhor se aproximasse de cada uma delas. A primeira remetia ao polígono quadrado; a segundo à região circular e a terceira a uma forma que não fosse prisma. Os resultados mostraram que os indivíduos não fazem distinção visual entre polígono e região poligonal; círculo e circunferência. Por fim, alguns confundem a imagem de um cubo como não sendo um prisma. Conclui-se ser necessário desenvolver habilidades visuais de modo a proporcionar a aquisição de desenvolvimento de pensamento geométrico, de modo a analisar propriedades e relações entre tais objetos.

Palavras chave: Formação continuada. Polígonos e regiões poligonais. Representações geométricas.

Visualization of geometric shapes: involvement of pedagogue teachers

Abstract

This work presents a qualitative-descriptive research involving nine participants of a class in a continuing action course for teacher pedagogues at master's level. The objective of the research was to propose activities involving manual artifacts in order to investigate how those involved visualized plane geometric shapes in these artifacts as well as spatial ones in their figurative representations. Data were collected through three activities in a Google Forms, in which five images of the real world were presented in order to be associated with a single geometric shape that best came close. The first referred to the square polygon; the second to the circular region and the third to one that was not prism. The results showed that individuals do not make a visual distinction between polygon and polygonal region; circle and circumference. Finally, some mistake the image of a cube as not being a prism. It is concluded that it is necessary to develop visual skills in order to provide the acquisition of geometric thinking development, in order to analyze properties and relationships between such objects.

Keywords: Continuing training. Polygons and polygonal regions. Geometric representations.

Introdução

Entre nossos alunos, notamos as mesmas diferenças; alguns preferem tratar seus problemas "por análise", outros "por geometria". Os primeiros são incapazes de "ver no espaço", os outros rapidamente se cansam de longos cálculos e ficam perplexos (Poincaré, 1913, p. 212).

Este texto inicia a partir da epígrafe, pois considera-se o dito por Poincaré ao orientar a prática profissional como professor e pesquisador da área de Geometria e dar suma importância ao seu papel no contexto matemático. Inclusive, tem-se defendido essa área do conhecimento como uma 'didática' para o ensino de Matemática como apontado pelo exímio educador matemático Hans Freudenthal. Perceber o espaço que rodeia o indivíduo, associar objetos reais deste espaço e conectá-los com os objetos matemáticos é tarefa que pode ser desenvolvida, principalmente, a partir da imaginação.

Para Gontran Ervynck, de acordo com Tall (2002), a criatividade tem um importante desempenho na formação de pensamento matemático avançado, contribuindo no desenvolvimento de sua teoria. Esta habilidade permite enquadrar conjecturas conforme experiências do indivíduo no contexto da Matemática, além de contribuir na formalização de conteúdo dessa área, ou seja.

Uma segunda habilidade que se invoca, diz respeito à imaginação. Essa, conduz a imagens mentais de objetos, no presente caso, os geométricos, que podem ser encontrados no próprio meio ambiente em que os indivíduos convivem.

[...] Os alunos podem dar as respostas "certas" pelos motivos errados, enquanto as respostas "erradas" podem ter uma origem racional. Em particular, muitos pesquisadores perceberam que os erros dos alunos muitas vezes são o produto de equívocos causados pelo uso de conhecimentos antigos em um novo contexto onde eles não são mais válidos. Isso leva à hipótese de que o aprendizado pode ser melhorado ajudando os alunos a construir conhecimento em suas próprias mentes em um contexto que é projetado para auxiliar, ou mesmo estimular, essa construção (Tall, 2002, p. 235).

Considera-se a construção do conhecimento ou sua ampliação podendo ser adquirida por processos mentais e, no caso geométrico, compreende-se que habilidades visuais podem e devem ser desenvolvidas pelos professores desde os anos iniciais de escolarização e, principalmente, na formação de professores que ensinam Matemática. No início da escolarização, os professores, em geral pedagogos, necessitam ter um conhecimento matemático/geométrico que lhes permita explorar os recursos que cercam as crianças de modo a formar pensamento geométrico e favorecer-lhes o gosto pela área de Geometria, o que, muitas vezes, não ocorre como apontam estudos e pesquisas do próprio autor.

No desfecho do ensino, a partir do ano 2020 com a COVID-19, dificuldades emergiram para o professor, tanto por não estar presencialmente com seus alunos quanto pela necessidade de utilizar tecnologias e/ou recursos didáticos variados. Isso exige desenvolver imaginação e criatividade na elaboração de atividades que lhe permitam realizar o ensino de forma diferenciada do que estava acostumado. Plataformas, celulares e outros mecanismos foram necessários para os alunos aprenderem os conteúdos e, na Geometria, a aprendizagem concentra-se, em grande parte, na visualização dos recursos disponibilizados pelo professor nos ambientes escolares.

Justifica-se relatar/analisar neste artigo uma pesquisa realizada com professores pedagogos, que atuam na Educação Infantil e nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental em uma aula de um curso de formação continuada em nível de mestrado. Neste sentido, teve por objetivo apresentar ao grupo investigado, professores em ação continuada, questões envolvendo imagens de objetos do cotidiano, de modo a verificar se os mesmos associavam formas geométricas envolvidas.

Pressupostos Teóricos

Na direção de embasar o artigo, buscou-se orientações emandas de documentos oficiais brasileiros no quesito ensino de Geometria. Para isso, a Base Nacional Curricular Comum — BNCC (Brasil, 2017) indica como um dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento na Educação Infantil: "Explorar movimentos, gestos, sons, **formas**,

texturas, cores, 'palavras', emoções, transformações, relacionamentos, histórias, 'objetos', elementos da natureza, na escola e fora dela, ampliando seus saberes sobre a cultura, em suas diversas modalidades: as artes, 'a escrita', a ciência e a tecnologia" (p. 38, grifo do autor).

Para alcançar tais metas, o ensino deve levar em conta que "[...] Parte do trabalho do educador é refletir, selecionar, organizar, planejar, mediar e monitorar o conjunto das práticas e interações, garantindo a pluralidade de situações que promovam o desenvolvimento pleno das crianças" (Brasil, 2017, p. 39). Cabe, portanto, em cursos de ação continuada suprir prováveis deficiências na formação inicial, bem como oportunizar situações atualizadas de acordo com o tempo e o espaço em que as crianças vivem e convivem.

No que diz respeito à Educação Infantil, chama-se atenção para os objetivos de aprendizagem e desenvolvimento (Quadro 1) para ilustrar a relevância do estudo de formas em Geometria desde os primeiros anos de ingresso no ambiente escolar.

Quadro 1 - Objetivos de aprendizagem e desenvolvimento

(EI02TS02).	Crianças de 1 ano e 7	Utilizar diferentes materiais, suportes e
	meses a 3 anos e 11	procedimentos para grafar, explorando cores,
	meses	texturas, 'superficies, planos, formas e volumes'.
(EI03TS02).	Crianças de 4 anos a	Expressar-se livremente por meio de desenho,
	5 anos e 11 meses	pintura, colagem, dobradura e escultura, 'criando
		produções bidimensionais e tridimensionais'.

Fonte: adaptado pelo autor.

Já no primeiro ano do Ensino Fundamental, para a unidade temática Geometria, o referido documento aponta como objetos do conhecimento: "a) Figuras geométricas espaciais: reconhecimento e relações com objetos familiares do mundo físico; b) Figuras geométricas planas: reconhecimento do formato das faces de figuras geométricas espaciais (Brasil, 2017, p. 278).

Em termos de habilidades associadas a esses objetos, destaca-se no Quadro 2 as seguintes habilidades:

Quadro 2 - Habilidades geométricas para os Anos Iniciais

(EF01MA13)	Relacionar figuras geométricas espaciais (cones, cilindros, esferas e	
	blocos retangulares) a 'objetos familiares do mundo físico'.	
(EF01MA14)	'Identificar e nomear' figuras planas (círculo, quadrado, retângulo e	
	triângulo) em desenho s apresentados em diferentes disposições ou em	
	'contornos de faces de sólidos geométricos'.	

Fonte: adaptado de Brasil (2017)

Os grifos indicados nos dois quadros conduzem à reflexão sobre a possibilididade e a relevância de incluir Geometria na formação inicial das crianças, sendo este um papel a ser desempenhado pelo professor que atua nesses dois segmentos, com competência, de modo a tornar divertido o aprendizado. Pela experiência do autor do artigo, em geral, não são oportunizadas atividades na formação inicial do professor pedagogo que conduzam à aquisição de conhecimentos e didáticas que favoreçam sua prática profissional.

A pesquisa de Blanco (2014) envolveu habilidades de visualização no ensino de Geometria, relativamente à representações planas de objetos tridimensionais, sendo observadas deficiências cognitivas. A autora comprovou que houve uma baixa porcentagem de respostas corretas em um questionário aplicado sendo que "[...] os principais conflitos detectados estão diretamente associados com a interpretação da representação plana de objetos tridimensionais e a dos diagramas apresentados (habilidades de identificação visual, constância perceptual e reconhecimento das posições e relações espaciais" (Blanco, 2014, p. 11).

Um dos interesses do grupo de investigação no ensino e na aprendizagem do qual participam, na Colômbia, está em "determinar características dos ambientes de aprendizagem para a geometria escolar mediada por artefatos, que promovam o raciocínio e a construção de significados" (Perry, Samper e Camargo, 2020, p. 97). A pesquisa, aqui descrita, vai ao encontro do que indicam as pesquisadoras deste projeto, ao explorar embalagens que estão ao redor das professoras pedagogas participantes da pesquisa.

Ao citar Prieto e Arredondo (2020), elas utilizaram uma atividade formativa para "indicar aquela forma social, corpórea, sensorial e artefactual de trabalho conjunto por meio da qual os futuros professores e seus formadores se implicam mutuamente na busca de respostas para os problemas que orientam suas ações para atingir os objetivos" (p. 6). A isso reafirma-se ser indicado a professores em ação continuada em uma disciplina que tem o objetivo de propor atividades envolvendo artefatos manuais como indicado no parágrafo

anterior. Assim, torna-se relevante investigar como os envolvidos visualizam formas planas nesses artefatos, bem como espaciais, em suas representações.

Dobraduras em papel e com dispositivos tecnológicos, os quais favorecem o manuseio de diferentes sistemas de representação, foram explorados por Iglesias e Ortiz (2020, p. 1030) para o "reconhecimento das relações existentes entre os objetos que intervém na construção, bem como na validação do procedimento daquelas construções empregadas". Assim, são utilizados os recursos materiais obtidos por dobraduras e, posteriormente, em softwares de Geometria Dinâmica para "reconhecer e descrever a fundamentação e a relação com axiomas e teoremas da Geometria Euclidiana". Os autores concluem que as atividades com tais objetivos lograram êxito com o grupo investigado e contribuíram para a formação, tanto didática quanto matemática dos futuros professores.

Quanto à habilidade de visualização, Leivas (2009) a tem como ponto crucial em seus processos investigativos, inclusive com a exploração de diversos tipos de dobraduras/tecnologias. Para ele, visualização é "é um processo de formar imagens mentais, com a finalidade de construir e comunicar determinado conceito matemático, com vistas a auxiliar na resolução de problemas analíticos ou geométricos" (Leivas, 2009, p. 22). Essa habilidade é primordial no desenvolvimento de pensamento geométrico.

Entende-se que a comunicação e/ou a aquisição de um conceito a partir de visualização necessita não se contrapor em momentos futuros, como é o caso dos conceitos de círculo e circunferência. Mesmo hoje, após a introdução por Descartes de leis algébricas para caracterizar objetos geométricos, ainda não é feita a distinção, por exemplo, entre círculo e circunferência. Na medida que o registro figural do primeiro (uma região plana) é dado por uma inequação, o do segundo (uma linha) é dado por uma equação. Segundo Duval (2009), ocorre aprendizagem de um conceito quando há a conversão entre um registro e outro.

Sejam A₁, A₂, ..., A_n pontos de um plano de modo que três quaisquer deles não sejam colineares. A união dos segmentos A₁A₂, A₂A₃....A_nA₁ é chamada polígono se esses segmentos não têm pontos interiores comuns. A região poligonal é a parte do plano limitada por um polígono. Ao primeiro conceito está associada a grandeza comprimento (perímetro), enquanto ao segundo, a grandeza área. O livro didático, em geral, introduz esses conceitos de forma equivocada ou, ao menos, desenvolve a visualização de objetos conflitantes com os conceitos que se seguirão ao longo da escolaridade. Por exemplo, em um livro de primeiro ano, datado de 2017, aprovado pelo Programa Nacional do Livro Didático, é sugerida

atividade de ligar 'cada objeto' (e não sua representação) a uma das figuras que mais se assemelha a ele (Figura 1).

Figura 1 - Imagens que deveriam ser associadas aos objetos

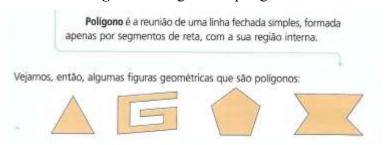


Fonte: adaptado pelo autor.

Percebe-se, inclusive, que todas as figuras estão com seus interiores coloridos/preenchidos, dando a percepção de que o objeto é uma região e não uma linha. Voltando ao Quadro 1, na EI02TS02 é indicado que as crianças devem utilizar diferentes materiais para grafar, entendendo-se aqui o reconhecimento de nomenclatura de figuras planas.

Uma segunda verificação deste tipo de conflito que se percebe no tema polígono/região poligonal, linhas/regiões, consta do volume do sexto ano na unidade polígonos (identificando polígonos), dos mesmos autores. É feita a definição do objeto geométrico polígono e, em seguida, exemplificadas figuras geométricas que são polígonos (Figura 2).

Figura 2 - Regiões ou poligonos



Fonte: da pesquisa

Percebe-se, nessa situação, os autores ilustrando, logo a seguir da definição de polígono, figuras coloridas preenchendo as regiões limitadas por polígonos. Ao observar o Quadro 2 e a EF01MA14 que sinaliza para identificar e nomear figuras planas neste segmento da escolaridade, percebe-se, novamente, uma incompatibilidade com a conversão entre os dois registros, novamente evocando Duval (2009).

Na sequência apresenta-se os pressupostos metodológicos da pesquisa

Pressupostos Metodológicos

Este artigo aborda uma pesquisa de cunho qualitativo, levada a cabo no primeiro semestre do ano de 2021, durante uma aula de uma disciplina de um mestrado profissionalizante na região sul do Brasil em que o autor é o professor titular. Teve por objetivo identificar formas geométricas planas e espaciais visualizadas em imagens fotografadas de objetos retirados do mundo real/concreto. Além disso, as alunas participantes deveriam argumentar sobre suas escolhas e, consequentemente, conectar as imagens às formas do mundo matemático/geométrico. Deste modo, o desenvolvimento da habilidade de visualização estaria preparando os professores para um aperfeiçoamento de suas práticas pedagógicas em Geometria nos primeiros segmentos de escolaridade, onde o papel do professor pedagogo é fundamental para o desenvolvimento das crianças ao longo de sua formação e, consequentemente, do desenvolvimento do pensamento geométrico.

Participaram da mesma um total de nove estudantes regulares, todas pedagogas e atuando na Educação Infantil e nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. A fim de evitar identificações nos processos analíticos das respostas, elas serão nomeadas da seguinte forma: *Ane; Ara; Ela; Eli; Iam; Mem; One; The; Uma*.

A coleta de dados foi obtida por meio de um formulário no *Google Forms* e constou de três situações em que estavam representados objetos da vivência das pessoas, como se verá na análise dos dados. Cada uma das questões apresentava cinco representações de objetos e cinco alternativas de respostas, seguindo da escrita de uma justificativa pela escolha feita.

Ao abordar sobre a pesquisa qualitativa, explorando textos e imagens, particularmente, Bauer; Gaskell e Allum (2017) afirmam que "O mundo, como o conhecemos e o experienciado, isto é, o mundo representado e não o mundo em si mesmo, é constituído através de processos de comunicação" (p. 20). Isso é pertinente para a pesquisa aqui apresentada na medida em que os investigados necessitam escolher uma representação de um objeto que se encontra no mundo real, pois lhes são apresentadas imagens fotografadas de tais objetos.

Os autores apontam imagem como sendo um dos meios de serem utilizados na construção de um texto. Os mesmos, ainda, distinguem a pesquisa qualitativa em contraste com a quantitativa, pois a primeira evita números, caso da presente pesquisa e, "lida com interpretações das realidades sociais, e é considerada soft" (p. 23). Nessa direção, as participantes da investigação necessitavam identificar alguma forma geométrica, plana ou espacial, nas imagens representadas dos objetos em apreço.

Ainda sobre imagens fotografadas, Loizos (2017) afirma: "[...] a imagem, com ou sem som, oferece um registro restrito, mas poderoso das ações temporais e dos acontecimentos reais – concretos, materiais" (p.137). Indo mais além, o autor também se refere à imagem (representação de objetos no presente caso) como "[...] ela pode empregar, como dados primários, informação visual que não necessita ser nem em forma de palavras escritas, nem em forma de números [...]" (Loizos, 2017, p. 137). Portanto, alusão a imagens ou a representações de objetos do mundo real vão ao encontro do que Leivas (2009) caracteriza por visualização e proporciona a exploração dos objetos geométricos então representados. Assim, a formação de pensamento geométrico pode ser desenvolvida a partir da exploração desses recursos de fácil obtenção (sucatas do dia a dia no ambiente domiciliar).

Na sequência serão apresentadas as três questões investigativas e as respectivas análises.

Análises e Resultados

O gênero humano está enfrentando revoluções sem precedentes, todas as nossas antigas narrativas estão ruindo e nenhuma narrativa nova surgiu até agora para substituí-las. (Harari, 2018, p. 319).

A epígrafe é bastante forte, entretanto ela vai direto ao encontro do que se tem visto nos currículos e livros didáticos e, particularmente, nas aulas de Geometria. Refere-se aqui a ela, pois o autor da epígrafe indica: "Então, o que deveríamos estar ensinando? Muitos especialistas em pedagogia alegam que as escolas deveriam passar a ensinar "os quatro Cs" – pensamento crítico, comunicação, colaboração e **criatividade**" (Harari, 2018, p. 323, grifo próprio). O grifo remete à epígrafe no início do artigo e à necessidade de envolver os estudantes no processo, o que se acredita pode ocorrer com atividades similares as apresentadas neste texto.

Para Tall (1991),

criatividade está preocupada com a forma como as ideias sutis de investigação são construídas na mente humana e uma prova disso é a forma como essas ideias são ordenadas em um desenvolvimento lógico tanto para verificar sua natureza quanto para apresentá-las à aprovação da comunidade matemática (p. xiii).

Portanto, a criatividade é um fator preponderante para o sucesso do professor em suas práticas inovadoras que não constavam de sua formação inicial, o que veio a ser fundamental no período pandêmico da COVID-19.

A primeira questão buscou identificar as instituições em que as nove professoras trabalhavam. Todas elas atuam na região central do estado do Rio Grande do Sul e, apenas uma, na capital do estado. Todas estão envolvidas com o ensino de todas as matérias até o quarto ano do Ensino Fundamental, sendo que uma delas em Escola Indígena.

Tomou-se o cuidado de deixar claro, no início do formulário do *Google Forms*, que ali estava 'uma representação' de um objeto, como segue.

Nas imagens abaixo, fotografadas de objetos do cotidiano, podem ser observadas formas geométricas diversas. Assinale, em cada coleção, a opção mais adequada para o que é solicitado. Justifique sua escolha.

Primeira questão

Esta primeira investigação teve o objetivo de analisar como as participantes distinguiam uma forma geométrica plana de uma espacial nas representações apresentadas, em particular, formas que se assemelhavam a quadrados.

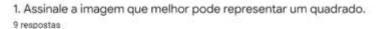


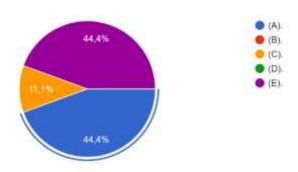
Figura 3 - Imagens de formas quadrangulares

Fonte: arquivo do pesquisador

Há de considerar-se dois aspectos: um é o objeto e outro a sua representação, levando em conta que formas geométricas planas são abstratas no mundo real, pois ninguém pega na mão um quadrado, um triângulo ou um polígono. Por isso, é necessário dar atenção para os termos 'geometria e formas', 'grandezas e medidas'. O *Google Forms* forneceu o seguinte gráfico para as respostas da questão.

Gráfico 1 – Gráfico das respostas da primeira questão





Fonte: dados da pesquisa

O gráfico indica percentual de 44,4% igual para a primeira e a última alternativa, ou seja, tanto uma região poligonal (imagem A) quanto o polígono (imagem E) receberam a mesma identificação como sendo um polígono. Observa-se que na primeira não há um contorno assinalado o que levaria a visualizar uma região, aparentemente quadrada. Na última, é bem definida a imagem contornada em preto, destacando um polígono quadrado na representação. Imagens B e D não receberam nenhuma identificação, até porque visualmente indicam dimensões diferentes das arestas das embalagens. Já a alternativa C recebeu um percentual de 11,1% e pode indicar que a resposta advém do fato de terem observado o contorno da face da embalagem, uma vez que há uma região retirada daquela frontal.

Ao que tudo indica, os resultados desta primeira questão vão ao encontro da pesquisa realizada por Blanco (2014) a respeito de equívocos quanto ao ensino de Geometria, bem como ao livro didático que induz os estudantes a não fazerem distinções entre as representações de objetos geométricos planos em termos de polígono e região poligonal como ilustrado anteriormente.

Quanto às justificativas apresentadas, a maioria indicou sua escolha ser quadrado por parecer ter os quatro lados iguais. Alguns destaques:

Ara: Parece ter todos os lados iguais e é plana (A). Esta participante incluiu de forma adequada a característica de ser figura plana, o que as outras não argumentaram.

Ane: As outras parecem cubos (A). Aqui a participante confundiu um quadrado com um cubo, o que não faz sentido, considerando que estão sendo feitas imagens dos objetos e não o objeto em si mesmo.

Ela: Visivelmente parece ter os 4 lados iguais e os 4 ângulos retos estão mais definidos (A). A participante explora muito bem o aspecto visual para fazer a sua escolha. Entretanto, não se ateve à diferenciação de região para polígono.

Mem: quando olhei para as imagens foi a letra E que me chamou a atenção, apesar de achar que todas são quadrados (E). Nota-se que foi uma escolha bastante superficial, pois entendeu serem todas de natureza quadrada.

As justificativas apresentadas mostram a real dificuldade existente entre tais indivíduos em identificar um polígono, distinguindo-o de região poligonal. Com isso, argumenta-se a importância da ilustração com o apresentado nos livros didáticos que muitas vezes são o único material no qual o professor apoia-se para o seu ensino. Também, pode ser ancorado em Tall (2002, p. 235): "[...] muitos pesquisadores perceberam que os erros dos alunos muitas vezes são o produto de equívocos causados pelo uso de conhecimentos antigos em um novo contexto onde eles não são mais válidos".

Segunda questão

A segunda questão investigativa teve por objetivo analisar como os participantes da pesquisa identificavam forma geométrica similar a um círculo em um elenco de cinco representações de objetos espaciais existentes no mundo real, possíveis de serem encontrados ao redor destes indivíduos.

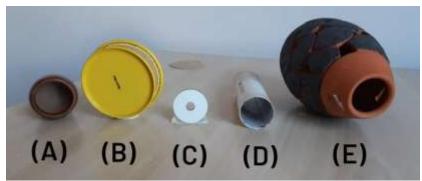
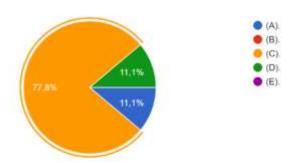


Figura 4 - Imagens de formas circulares

Fonte: elaborada pelo autor

Gráfico 2: Gráfico das respostas da segunda questão

Assinale a imagem que melhor pode representar um circulo.
9 respostas



Fonte: dados da pesquisa

As imagens apresentadas correspondem a objetos vasados em A, D e E, os quais têm sua borda como uma linha circular, ou seja, associados ao elemento geométrico circunferência. No entanto, A e D tiveram o mesmo percentual de indicações, 11,1%, o que corresponde a 1 ocorrência, enquanto E teve 0%. Os outros sete respondentes assinalaram o item C, o que equivale a 77.8%, maioria absoluta.

O item B poderia expressar o conceito de círculo uma vez que está completamente preenchido do mesmo material sem nenhuma abertura, a exemplo das representações indicadas nos livros didáticos. Além disso, poderia indicar uma circunferência pela borda saliente dessa região. No entanto, acredita-se que o fato de ser visualizada uma forma cilíndrica o mesmo não teve nenhuma indicação o que seria bem mais natural do que as alternativas A e D. Pode-se perceber na questão a visualização no sentido apontado por Leivas (2009) como sendo um construto mental. Por sua vez, o item C foi acentuadamente o mais indicado. Pode-se analisar que os indivíduos o assinalaram mais por se assemelhar a uma forma plana do que qualquer outra situação, pois o mesmo apresenta um furo central o que faz com que seja uma região perfurada, portanto, não um círculo. No entender deste autor a resposta mais apropriada seria a letra B, ou seja, a que não teve nenhum indicativo.

Na sequência analisa-se algumas das justificativas apresentadas.

As duas participantes que justificaram a escolha pela representação figural constante da letra A foram:

Mem: Por achar que letra A representa uma figura plana... o círculo.

The: Acho que é Portanto, não houve nenhuma fundamentação matemática.

As que seguem justificaram a escolha pela imagem constante em (C).

Ela: Ao meu ver, por ser um objeto plano, fica mais visível como um círculo.

One: Circunferência.

Uma: É uma circunferência.

Iam: Me parece ser a imagem com a figura mais plana.

Tanto *One* quanto Uma, justificam ser uma circunferência e, novamente, há o conflito cognitivo entre os conceitos de circunferência e de círculo, muito embora as outras justificativas não permitam decidir sobre isso, ou seja, seria recomendável que indicassem o conceito do objeto geométrico envolvido. Retoma-se a epígrafe apresentada antes: "Então, o que deveríamos estar ensinando? Muitos especialistas em pedagogia alegam que as escolas deveriam passar a ensinar "os quatro Cs" – pensamento crítico, **comunicação**, colaboração e criatividade" (Harari, 2018, p. 323). O grifo é deste autor para assinalar a importância da comunicação entre professor e aluno no sentido de expressar conceitos de forma correta na linguagem matemática/geométrica a fim de não ocasionar concepções errôneas na sequência dos estudos. Percebe-se, nos últimos registros das participantes, que não houve maior preocupação "com a forma como as ideias sutis de investigação são construídas na mente humna [...]", conforme Tall (1991, p. xiii) indica para a criatividade.

Além disso, ocorre em atividades deste tipo o indicado em habilidades e objetivos preconizados na BNCC (Quadros 1 e 2).

Terceira questão

Nesta terceira e última questão o pesquisador teve por objetivo investigar se os participantes diferenciavam, dentre cinco imagens de objetos do mundo real, aquela que não poderia representar um prisma.

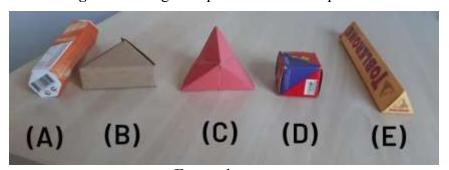
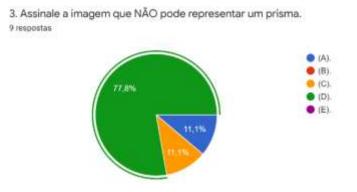


Figura 5 - Imagens representativas de superfícies sólidas

Fonte: do autor

Segue o enunciado da questão e o gráfico obtido das respostas, a partir do *Google Forms*.

Gráfico 3 – Gráfico das respostas da terceira questão



Fonte: dados da pesquisa

De acordo com os dados, percebe-se que nenhum respondente escolheu as alternativas B e E, respectivamente, dois prismas de bases triangulares, muito embora a segunda representação, em geral, não é a indicada em textos com uma base na horizontal e a aresta lateral na vertical.

Ara argumenta sua escolha pelo item (C), pois "Tem várias faces e arestas". Foi a única a indicar a resposta correta, embora sua justificativa deixe a desejar, por não se apoiar no conceito, ou seja, a figura escolhida não tem faces paralelas.

Ane justificou sua escolha pela alternativa (A) da seguinte forma: *Tem bases iguais e faces planas*. Acredita-se que a participante se confundiu ao não perceber a indicação de escolher a que NÃO representava prisma ou, talvez, pela base não ser a usual triangular.

Dentre as que justificaram sua escolha pela letra (D), um cubo, aparecem as seguintes:

Uma: Quadrado não é prisma.

Iam: A letra "d" é um cubo.

Ao que tudo indicou nas respostas desta questão, conceitos geométricos, nomenclaturas e elementos de figuras geométricas espaciais não estão evidenciadas no conhecimento do grupo investigado. Novamente, observando o preconizado resumidamente nos Quadros 1 e 2, adaptados da BNCC, não está sendo devidamente trabalhado na formação inicial desses professores pedagogos e eles devem ser os líderes, diga-se de passagem, na formação inicial dos estudantes a fim de desenvolver pensamento geométrico compatível com o preconizado. Isso reitera a pesquisa de Perry, Samper e Camargo (2020) sobre a necessidade de "determinar características dos ambientes de aprendizagem para a geometria escolar mediada por artefatos que promovam o raciocínio e a construção de significados" (p. 97), o que pode vir a ser elemento de inovação na prática profissional desses professores.

Ao que tudo indica, o preconizado pela BNCC, ou seja, "[...] Parte do trabalho do educador é refletir, selecionar, organizar, planejar, mediar e monitorar o conjunto das práticas e interações, garantindo a pluralidade de situações que promovam o desenvolvimento pleno das crianças" (Brasil, 2017, p. 39), ainda não alcançou os investigados. Atividades similares a esta podem contribuir para a prática docente e proporcionar uma melhor aprendizagem dos estudantes.

Reflexões Finais

Neste artigo, foram apresentados resultados de uma pesquisa de cunho qualitativo envolvendo nove professoras pedagogas em uma aula realizada em um curso de mestrado profissional, voltada para esta clientela. Teve-se por objetivo investigar como as envolvidas visualizam formas planas em artefatos, bem como formas espaciais. Foram apresentadas três questões com cinco alternativas cada para a escolha de uma única como resposta e, posteriormente, uma justificativa.

O trabalho ancorou-se em questões como as de Prieto e Arredondo (2020), que indicam a importância de realização de atividades explorando a forma social, corpórea, sensorial e artefactual no trabalho de futuros professores e formadores ao que se acrescenta, professores em ação continuada. Por sua vez, Loizos (2017) indica a relevância de explorar imagens como registro poderoso em ações/acontecimentos reais e, assim, apresentou-se alguns objetos do mundo real para a percepção visual dos indivíduos associarem a formas geométricas.

Em uma primeira coleção desses artefatos foram indicados cinco imagens de objetos com formas quadrangulares e questionado qual deles melhor se assemelhava ao quadrado. Os dados mostraram que os indivíduos se concentraram nas formas que melhor se adequavam a uma região quadrada (primeira representação) e a um quadrado (última representação). Como era solicitado que indicassem o quadrado (um polígono) este estava acentuado na última, particularmente por ter o contorno bem delimitado em cor diferente da região interior o que a visualização permitiria a identificação do que fora soliciado. Assim, a escolha pela alternativa (A) condiz com os pressupostos do autor do artigo a respeito da necessidade de realização de atividades envolvendo visualização a fim de chegar à conceitualização de formas geométricas;

Os resultados a respeito da identificação de um círculo na segunda questão, levaram a maioria absoluta em identifica a imagem de uma 'espécie' de círculo por se diferenciar das

demais, uma vez que representava um disco – DVD. Porém, esse tinha um furo circular na região interna e, assim, não poderia ser o círculo. Três outras imagens eram de objetos abertos na parte frontal em formato circular. A que mais se assemelhava à uma região circular (círculo) seria a segunda imagem, a qual não obteve nenhuma incidência. Deste modo, intui-se, ainda, que a percepção do mundo como o conhecemos a partir dos objetos reais, concretos, não é suficiente para permitir a identificação de um ente geométrico, indo ao dito por Bauer, Gaskell e Allum (2017). É necessário, assim, evocar a visualização do conceito como construto mental, segundo o autor do artigo e não somente a percepção de uma representação não fiel do objeto geométrico.

Na finalização, com a terceira questão, buscava-se a identificação de uma imagem que remetesse a um não prisma. No entanto, a maioria absoluta a associou a um cubo. Provavelmente isso tenha ocorrido em virtude da vista frontal ser constituída por duas cores, uma vez que foi produzida por dobraduras, muito embora algumas justificativas indicassem a figura como de um cubo.

Por fim, conclui-se haver necessidade de outras atividades que conduzam professores em formação inicial ou continuada para desenvolver visualização e estudar o tema geometria e formas para que possam ser desenvolvidas na Educação Infantil e nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. A este respeito, a atividade serviu para o professor dar continuidade às suas aulas com o grupo, em particular fundamentando sobre a Teoria de Van Hiele para o desenvolvimento do pensamento geométrico, o que veio a ocorrer na sequência dos trabalhos. Além disso, outras pesquisas, conferências, acrescentam a este artigo possibilidades de atividades que podem proporcionar desenvolvimento de pensamento geométrico. Lutz e Leivas (2021) são organizadores do e-book "Abordagens metodológicas para o ensino de geometria"1, enquanto que Bettin, Lima e Leivas (2021) investigam sobre percepção espacial de estudantes de um nono ano do Ensino Fundamental e de professores em ação continuada.

Espera-se com isto possibilitar novos experimentos e criação de atividades similares em Geometria.

Referências

Bauer, M.W.; Gaskell, G.; Allum, N.C. (2015). Qualidade, quantidade e interesses do conhecimento: evitando confuões. In: Bauer, M.W.; Gaskell, G.(org.) *Pesquisa*

-

¹ https://g3pgeo.wixsite.com/gepgeo

- *Qualitativa com texto, imagem e som*: um manual prático.13a. ed. Petrópolis: Vozes, 2. reimpressão, p. 17-36.
- Bettin, A. D. H., Lima, A.F., Leivas, J.C.P. (2021). Percepción del espacio: una investigación con estudiantes de los últimos anos de una escuela pública y profesores en educación contínua. *Revista Paradigma*. V. XLII; Nro. Extra 3, setembro de 2021. pp. 340-364.
- Blanco, T. F. (2014). Atendiendo habilidades de visualización en la enseñanza de la geometria. In: *IX FESTIVAL INTERNACIONAL DE MATEMÁTICA*. Quepos, Puntarenas, Costa Rica 12 al 14 de junio de 2014, p. 1-21.
- Brasil (2017). *Educação é a Base*, Ministério da Educação Secretaria da Educação Básica. Brasília.
- Camargo, L.; Perry, P.; Samper, C. (2020). Mediación semiótica potencial y real del enunciado de tareas geométricas. *Revista Chilena de Educación Matemática*, Septiembre-Diciembre 2020, Volumen 12, N°3, 96-108.
- DuvalL, R. (2009). *Semiósis e Pensamento Humano*: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais. São Paulo: Livraria da Física.
- Harari, Y.N. (2018). trad. Geiger P. 21 lições para o século 21. São Paulo: Compania da Letras, 1 ed.
- Iglesias, M.; Ortiz, J. (2020). Doblado de Papel y Software de Geometría Dinámica. Una Experiencia con Futuros Profesores de Matemática *Revista Paradigma*, Vol. XLI, junio de 2020 / 1004-1032. Disponível em: http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article. Acesso em 03 jun. 2021.
- Leivas, J.C.P. (2009). Imaginação, Intuição e Visualização: a riqueza de possibilidades da Abordagem geométrica no currículo de Cursos de Licenciatura de Matemática. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Federal do Paraná: Curitiba, 294p.
- Loizos, P. (2015). Vídeo, filme e fotografias como documento de pesquisa. In: Bauer, M.W.; Gaskell, G.(org.) *Pesquisa Qualitativa com texto, imagem e som: um manual prático*.13a. ed. Petrópolis: Vozes, 2. reimpressão, p. 137-155.
- Lutz, M.R.; Leivas, J.C.P. (2021). (org.). *Abordagens Metodológicas para o Ensino de Geometria* / Mauricio Ramos Lutz e José Carlos Pinto Leivas (Org.) [edição eletrônica] Santa Maria: GEPGEO, Porto Alegre: Mundo Acadêmico. Acesso livre em https://g3pgeo.wixsite.com/gepgeo.
- Poincaré, H. (1913). *The Foundations of Science* (translated by Halsted G.B.). The Science Press.
- Prietto G., J. L.; Arredondo, E. H.; (2020). Aprendizaje de las construcciones euclidianas con GeoGebra: elementos de una actividad formativa para futuros profesores de matemáticas. *Revista Paradigma*, Vol. XLI, Nro. 2, diciembre de 2020 / 356-380. Disponível em: ">http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article>">http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article>">http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article>">http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article>">http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article>">http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article>">http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article>">http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article>">http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article>">http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article>">http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article>">http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article>">http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article>">http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article>">http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article>">http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article>">http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article>">http://revistaparadigma/article>">http://revistaparadigma/article>">http://revistaparadigma/article>">http://revistaparadigma/article>">http://revistaparadigma/article>">http://revistaparadigma/article>">http://revistaparadigma/article>">http://revistaparadigma/article>">http://revistaparadigma/article>">http://revistaparadigma/article>">http://revistaparadigma/article>">http://revistaparadigma/article>">http://revistaparadigma/article>">http://revistaparadigma/article>">http://revistaparadigma/article>">http://revistaparadigma/article>">http://revistaparadigma/article>">http://revistaparadigma/

Tall, D. (1991). Advanced mathematical thinking. Dordrecht: Kluwer.

Tall, D. (2002). Advanced Mathematical Thinking. *Mathematics Education Library*, NEW YORK: Kluwer Academic Publishers, v. 11.

Autor:

José Carlos Pinto Leivas

Graduado em Matemática pela Universidade Católica de Pelotas. Tem especialização em Matemática na área de Análise pela Universidade Federal de Pelotas. Mestrado em Matemática pela Universidade Federal de Santa Catarina. Doutorado em Educação pela Universidade Federal do Paraná. Atualmente é Professor da Universidade Franciscana (UFN), Santa Maria, RS. Editor da Revista Vidya.

Diretor Regional da SBEMRS 2018-2021

Líder do Grupo de Estudos e Pesquisas em Geometria - GEPGEO

Correo electrónico: leivasjc@ufn.edu.br

ORCID: https://orcid.org/0000-0001-6876-1461

Como citar o artigo:

LEIVAS, J. C. P. Visualização de formas geométricas: envolvimento de professores pedagogos. **Revista Paradigma**, Vol. LXIII, Edición Temática Nro. 1: Práticas de Formação, Ensino e Aprendizagem em Educação Matemática na Contemporaneidade, pp 49-67, enero, 2022. DOI: 10.37618